

# RALLYE

# MATHEMATIQUE 2014

# IREM ROUEN

*Voici 14 exercices classés par ordre de difficulté croissante. Vous devez en résoudre exactement 7. Les points attribués à un exercice dépendent de sa difficulté.*

*Les exercices proviennent de la réflexion des auteurs, des jeux mathématiques du quotidien « Le Monde », du « Quadrivium » de Guy Trédaniel.*

## **PRECISIONS POUR LES PARTICIPANTS:**

**1) Les élèves s'organisent comme ils le souhaitent pour travailler en groupe. Le professeur est présent mais n'intervient à aucun moment**

**2) Seul le matériel suivant est autorisé: règle, compas, équerre, rapporteur, dictionnaire, ciseaux, colle, trombones, feuilles de brouillon, papier millimétré ou quadrillé, calques, calculatrices programmables, agrafeuses, crayons de couleur, feutre, ruban adhésif. En revanche, les cours, les manuels et les connections Internet ne sont pas autorisés.**

## **Niveau 1 :**

### **1. Friends' meeting**

Friends from different countries meet around a large table: there are Americans, an African and Europeans. Six of them are not Spanish, seven are not French, four are not European and six are not American.

How many Spanish friends are there ?

### **2. L'archipel**

Dans l'archipel Désaccord, la population ne porte que l'un des deux noms de famille : Duvrai et Dufaux. Une tradition ancestrale veut qu'un Duvrai ne mente jamais tandis qu'un Dufaux ne dira jamais la vérité. Un navigateur naufragé, qui se retrouve dans cet archipel, rencontre trois jeunes

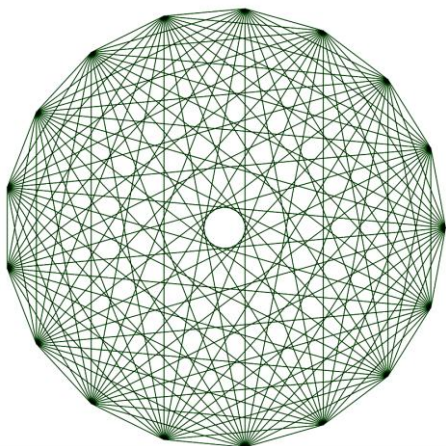
indigènes. Connaissant la particularité de ces îles, il demande à ses interlocuteurs leurs noms de famille. Voici les réponses qu'il obtient.

Eric : « Les deux autres se nomment Dufaux. »

Marie : « Deux exactement parmi nous s'appellent Dufaux. »

Stéphane : « Un seul d'entre nous a pour nom Dufaux. »

Quel est le nom de famille de chacun des trois indigènes ?



### 3. Cercle et cordes

Dix-sept points sont également répartis sur un cercle. Chaque point est relié à chaque autre point par un segment. Est-il possible de tracer ce motif de façon continue sans lever le crayon du papier ni repasser sur une ligne ? Combien de segments reliant deux à deux ces 17 points existe-t-il sur la figure ?

### 4. Problème de voisines

Tiens, c'est ma voisine, assise là, sur le banc public avec ses quatre enfants, chez qui je suis allé quelquefois faire du baby-sitting.

« - Quel âge cela leur fait-il ? Oh, arrondissez au nombre entier le plus proche.

- Je sais que tu es très fort en mathématiques, alors je vais te répondre par une énigme. Le produit de leur âge est 72. La somme ... tiens justement, elle est égale à ton âge », répond ma malicieuse voisine qui sait, comme tout l'immeuble, que j'ai fêté la semaine dernière mon anniversaire.

Moi : « - Cela ne me suffit pas ... l'un au moins de vos enfants a-t-il deux ans ? »

Elle répond à ma question et cette fois, je suis en mesure d'indiquer l'âge des quatre enfants. Et vous ?

### 5. Les dates

Je suis né le lundi 17 mars 2014. Une voyante me prédit une vie de 31 530 jours. Quelle serait la date exacte (jour, numéro, mois, année) de ma mort ?

(on rappelle : une année est bissextile lorsque son millésime A est un multiple de 400 ou lorsqu'il est un multiple de 4 sans être un multiple de 100 ; exemple : 1800 n'est pas bissextile)

### 6. La bonne place

Flavius Josèphe est un historien du premier siècle. D'après la légende, ses talents de mathématicien lui auraient sauvé la vie. Pendant une guerre avec des soldats romains, il faisait partie d'un groupe de 41 rebelles piégés dans une cave qui, plutôt que de se rendre, avaient décidé de se suicider de la façon suivante : ils formèrent un cercle puis, en suivant la circonférence, ils tuèrent un homme sur trois parmi les survivants en partant du premier, jusqu'à ce qu'il ne reste plus personne. Josèphe, et un autre rebelle, ne voulaient pas ce suicide absurde.

Josèphe calcula donc où lui et son ami devaient se placer dans le cercle pour qu'à la fin ils restent vivants tous les deux.

Où doivent se placer Flavius Josèphe et son ami dans le cercle de départ pour rester vivants ?

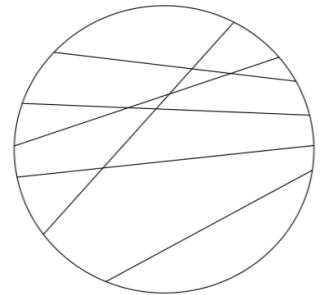
## Niveau 2 :

### 7. Segments coupants

On dispose d'un disque que l'on peut couper par six cordes comme ci-contre. Les cordes ne peuvent être réduites ni à un point ni se superposer.

Sur cette figure, les six cordes ont permis de créer treize zones.

Combien de zones peut-on créer au maximum avec six cordes?



### 8. Binaire

En informatique, les entiers sont codés par leur forme binaire, c'est-à-dire leur expression en base 2.

Ainsi, le nombre 178 est égal à  $1 \times 10^2 + 7 \times 10 + 8$  en base 10.

178 peut aussi s'écrire  $128 + 32 + 16 + 2$  soit  $1 \times 2^7 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^1$  c'est-à-dire le nombre 10110010 en base 2.

Les entiers longs sont en général stockés sur 4 octets (on rappelle qu'un octet est composé de 8 *bits* et qu'un bit permet de stocker la valeur 0 ou la valeur 1).

Quelle est le plus grand entier long qu'une machine numérique puisse stocker ?

### 9. Le randonneur :

Un randonneur prévoit une journée de promenade. Il part de chez lui à 8h du matin pour arriver au lieu de sa destination le soir à 20h. Sa journée comporte des arrêts et sa vitesse n'est pas nécessairement constante lorsqu'il se déplace. Il ne rebrousse jamais chemin.

Le lendemain, il reprend sa marche à la même heure de départ pour revenir chez lui de nouveau à la même heure le soir, 20h, en empruntant le même trajet.

En combien de points du chemin se sera-t-il trouvé exactement à la même heure de la journée lors des deux trajets ?

### 10. « Quelle farceuse, cette sorcière... »

Une sorcière a jeté un sort sur la bibliothèque de l'Université: aucun des numéros des pages ne comporte deux ou trois chiffres identiques et du coup par exemple, on passe maintenant directement de la page 43 à la page 45.

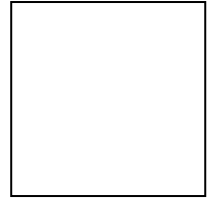
Quel est le plus grand nombre de pages que peut contenir un livre où les pages contiennent au plus 3 chiffres ?

## Niveau 3

### 11. Segments coupants bis

Trouvé dans « Quadrivium », Guy Trédaniel éditeur :

« En joignant les coins des centres des cotés [par des segments], on peut diviser exactement en 7 parties égales le bord d'un carré ».

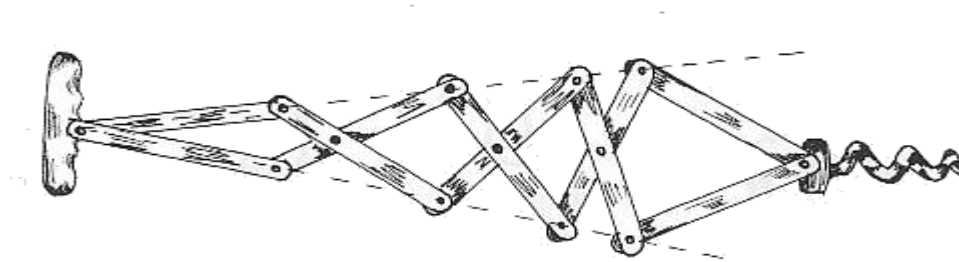


La droite joignant 2 des points d'intersection obtenus et sa symétrique par rapport à un des axes de symétrie du carré partagent un premier côté en 3 morceaux dont 2 en proportion  $3/7$  et un second en 3 morceaux dont 2 en proportion  $2/7$ .

Faire la figure qui correspond à ce cas.

### 12. Le tire-bouchon

Un tire-bouchon est constitué de dix tiges métalliques de même longueur, articulées comme sur le dessin, en respectant les alignements indiqués. (La poignée, à gauche sur le dessin, est en bois.)



Quel est l'angle que forment les tiges partant de la poignée, lorsque celles arrivant à la vrille font entre elles  $60^\circ$  ?

### 13. Porte bonheur ?

Pour quelles valeurs de  $n$  et de  $k$ , entiers naturels, le nombre  $[(\sum_{i=0}^{k-1} 3^{i(3n+1)}) - 1]$  est-il divisible par 13 ?

### 14. Drôles de cubes

Déterminer tous les nombres de trois chiffres qui sont égaux à la somme du cube de leurs chiffres.

Exemple :  $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$ .

# **FICHE REPONSES    Sujet Rallye 2014**

A renvoyer à : IREM    UFR Sciences et Techniques    Avenue de l'Université

76801 Saint-Etienne du Rouvray

**Etablissement :** ..... **Ville :** .....

**Code de la classe :** ..... **Nom de la classe :** .....

## **Vous devez donner au plus 7 réponses**

**Exercice 1 :** Nombre d'espagnols : .....

**Exercice 2 :** Nom de famille de Marie : ..... Nom de famille de Eric : .....

Nom de famille de Stéphane : .....

**Exercice 3 :** Réponse : ..... Nombre de segments : .....

**Exercice 4 :** Age des quatre enfants : .....

**Exercice 5 :** Date exacte (jour, numéro, mois, année) : .....

**Exercice 6 :** Positions de Flavius et de son camarade : .....

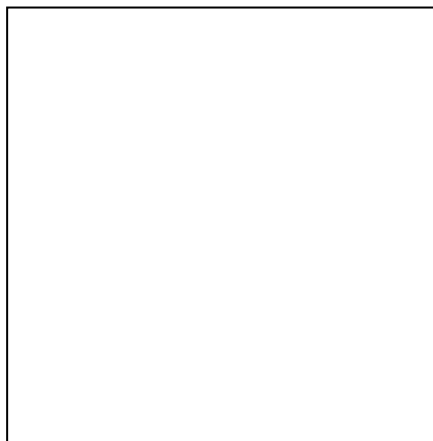
**Exercice 7 :** Nombre maximal de zones possibles : .....

**Exercice 8 :** Le plus grand entier est : .....

**Exercice 9 :** Nombre de points : .....

**Exercice 10 :** Le plus grand nombre de pages est : .....

**Exercice 11 :** Faire la construction sur le carré ci-contre



**Exercice 12 :** L'angle mesure .....degrés

**Exercice 13 :** Ensemble des valeurs de n : .....

Ensemble des valeurs de k : .....

**Exercice 14 :** Les nombres sont .....