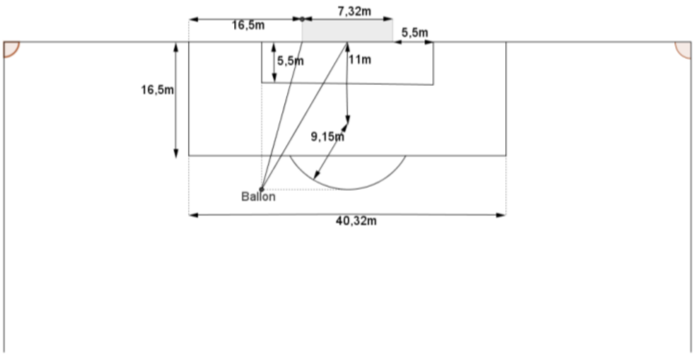
Rallye IREM de Haute-Normandie
Terminales et Bac +1

Voici 13 défis classés par ordre de difficulté croissante. Vous devez en résoudre exactement 7. Les points attribués à un défi dépendent de sa difficulté.
Ces défis proviennent de la réflexion des auteurs, des Jeux mathématiques du Monde, Maths & sports. Le sport en équations de la bibliothèque Tangente, du livre Oh, les maths ! de Yakov Perelman ainsi que de Combien de chaussettes font la paire ? Rob Eastaway, Flammarion, 2011, des Jeux Mathématiques du Monde.

PRECISIONS POUR LES PARTICIPANTS :
1. Les élèves s'organisent comme ils le souhaitent pour travailler en groupe. Le professeur est présent mais n'intervient à aucun moment sauf éventuellement pour aider les élèves à s'organiser.
2. Seul le matériel suivant est autorisé : règle, compas, équerre, rapporteur, dictionnaire, ciseaux, colle, trombones, feuilles de brouillon, papier millimétré ou quadrillé, calques, calculatrices programmables, agrafeuses, crayons de couleur, feutre, ruban adhésif. En revanche, les cours, les manuels et les connections Internet ne sont pas autorisés.



Défi 1 : Coup-franc France vs Pays-Bas

Le 18 novembre 1981, Michel Platini a marqué un célèbre coup-franc pour l'équipe de France de football lors du match France – Pays-Bas au Parc des Princes à Paris.
Un commentateur, avant le tir, disait :« Michel Platini voit le but néerlandais sous un angle de moins de 20° ».
Donner cet angle, en degrés, à 10^{-1} près.

Défi 2 : le tournoi de tennis
Le tennis martien se joue de façon très semblable au tennis terrien, mais à trois joueurs.
Lors d'un tournoi, à chaque partie il y a deux perdants qui sont éliminés.
Le premier tournoi de tennis martien rassemblera 729 joueurs.
Combien de matches aura disputé le vainqueur du tournoi ?
Combien de matches sont disputés en tout pendant le tournoi ?

Défi 3 : les cyclistes
Lors d'un championnat de poursuite, deux cyclistes partent en même temps de deux points diamétralement opposés d'un vélodrome de 250m de tour et dans le même sens. Le vainqueur a rattrapé son rival après avoir parcouru huit tours.
Quel est le rapport de la vitesse moyenne du vainqueur à celle du perdant ?

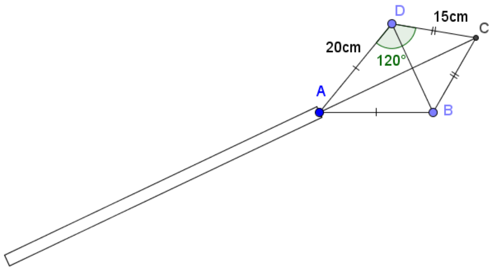
Défi 4 : Paul le poulpe, la nouvelle coqueluche du Web

"*S'il ne devait en rester qu'un, ce serait lui. Alors que les nations les plus prestigieuses et les joueurs les plus renommés déçoivent, Paul le poulpe, lui, est infaillible. En pronostiquant tous les résultats de l'équipe d'Allemagne dans ce Mondial 2010 sans jamais se tromper, l'oracle aux huit tentacules est devenu une star planétaire.*"
Article du Monde.fr Sport daté du 8 juillet 2010.
Il y a eu lors du mondial 2010 autant de pronostics réussis par Paul le poulpe que le nombre de ses tentacules et on suppose que le choix à chaque match entre les deux boîtes était équiprobable. L'utilisation de Paul le poulpe pour pronostiquer les résultats des matches avec l'Allemagne remonte à l'Euro 2008. Sur les 13 matches joués par l'Allemagne sur les deux compétitions, Paul ne s'est trompé qu'une fois, lors de la finale de l'Euro 2008 contre l'Espagne.
Quelle était la probabilité de Paul de réaliser un tel exploit ?

Défi 5 : le cerf-volant

Gustave veut construire un cerf-volant isocèle (cerf-volant isocèle est un quadrilatère tangentiel). Pour cela, il prend une toile dans laquelle il le dessine comme sur la figure ci-dessous. La queue du cerf-volant est une bande de 2cm de large et de longueur le double de la grande diagonale du cerf-volant.

Quelle est l'aire totale du cerf-volant de Gustave ? On donnera la valeur exacte en cm².



Défi 6 : Le concours truqué

Dans ce concours, trois candidats s'affrontent lors de trois épreuves. Voici leurs points :

	Epreuve 1	Epreuve 2	Epreuve 3
André	65	75	40
Bernard	35	50	70
Charlotte	50	40	60

Si on faisait le total des trois résultats, le verdict serait sans appel : André l'emporterait devant Bernard et Charlotte. Seulement, voilà : une directive administrative secrète exige que l'on engage une femme. Le directeur du concours s'appuie donc sur le fait que les coefficients n'ont pas été publiés pour parvenir au résultat souhaité. Mieux : le classement est inversé.

Quels coefficients (entiers au moins égaux à 1) le directeur a-t-il choisis pour chaque épreuve ?
Le total des coefficients doit être le plus petit possible.

Défi 7 : Le village Olympique

Un village olympique installe des liaisons par navettes pour relier les lieux d'hébergement, d'entraînement et de compétition. Le comité de gestion du village doit choisir *n* points (correspondant à l'un des lieux) de telle sorte que :
• chacun des *n* points est en liaison directe par une navette avec au plus trois autres points ;
•pour se rendre d'un des points choisis à un autre on emprunte au plus deux navettes successives.

1) Ces contraintes impliquent un nombre maximal de lieux que le village doit contenir. Quel est ce nombre *n* ?
2) Construire un réseau avec 10 points satisfaisant aux conditions imposées.

Défi 8 : Les deux meilleurs

64 joueurs s'inscrivent à un tournoi de tennismath. Le tennismath se joue à 1 contre 2. Sa hiérarchie est impitoyable en ce sens que le meilleur joueur l'emporte toujours, et que le jeu est *transitif* : si A est meilleur que B et que B est meilleur que C, alors A sera meilleur que C.
Les organisateurs ont prévu 2 beaux prix, et ils désirent que les deux meilleurs en bénéficient, sans toutefois que le tournoi dure trop longtemps.
Combien doivent-ils organiser de matches au minimum pour être certains de connaître les deux meilleurs à l'issue du tournoi ?

Défi 9 : Où sommes-nous ?

Une équipe est déposée en un lieu et doit retrouver où elle se trouve sur une carte.
Elle parcourt pour cela un kilomètre en direction du sud, un kilomètre en direction de l'est puis un kilomètre en direction du nord. A leur grande surprise, les membres de l'équipe retrouvent leur lieu de départ.
Ils peuvent alors annoncer leur position géographique précise sur la Terre !

Challenge 10 :The sport

Augustine, Brigitte and Clémentine are talking about the sports (tennis, football and basketball) that they are about to practice this year. They do not want to practice the same sport.

Augustine says: "If Brigitte plays tennis, I play football".

"If Augustine plays football, I play tennis; but if she plays basketball, I play football", answers Clémentine.

Brigitte answers: "If Clémentine doesn't play basketball, I play football".

Which sport will each of them practice?

Défi 11 :Le saut à la perche aux jeux olympiques

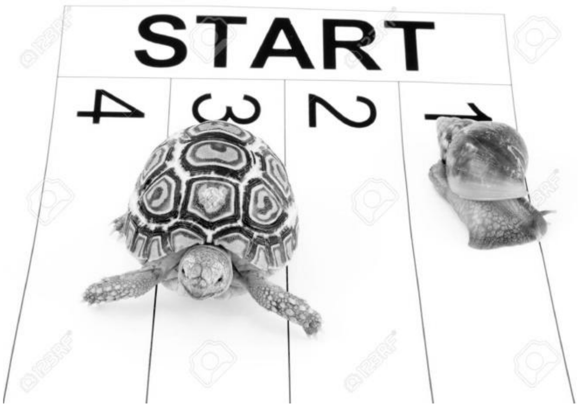
Le saut à la perche masculin figure au programme des Jeux olympiques depuis…mais c'était quand ?

Résoudre le Sudoku suivant où le 9 a été remplacé par le 0. Découvrez le nombre de jours qui se sont déroulés depuis la première épreuve et indiquez ainsi la date de cet événement.

3					5		8	
			7			6		
					6		4	3
				0	7	4	5	1
2	5		3				7	
		1						
		8	0				6	
	2					5	1	
5	4					2		

(*Le nombre de jours se lit de gauche à droite au travers des cases grisées.*)

Défi 12 : la piste infernale



Une tortue s'élance sur une piste de dix mètres de long. Le jour, elle parcourt un mètre, la nuit, elle se repose. Seulement voilà, la piste, en caoutchouc, s'étire toutes les nuits de dix mètres.

Ainsi, au deuxième matin, la tortue se retrouve à deux mètres du début de la piste, mais à dix-huit mètres de son extrémité. Elle s'endort alors qu'il reste encore dix-sept mètres à parcourir.

Et lorsqu'elle se réveille, la piste a trente mètres de long, dont plus de vingt-cinq mètres sont devant elle !

La tortue arrivera-t-elle à la moitié de la longueur de la piste ? Si oui, en combien de temps ?

Défi 13 : Le ballon

Le ballon de football a une circonférence comprise entre 68 et 70 cm. Il est constitué de 12 pentagones et de 20 hexagones et pourtant les journalistes parlent de ballon rond !

Quel est le nombre de côtés à coudre ? Quelle est la longueur totale des coutures pour assembler les 12 pentagones et les 20 hexagones ? (arrondir au décimètre près).

On donne : $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et l'aire d'un pentagone régulier de côté a est $\frac{a^2}{4}(3\varphi + 1)\sqrt{3 - \varphi}$.

On assimilera le ballon à une sphère.