

Rallye Mathématique de Haute-Normandie - XVI^{ème} édition
Classes de 3^{èmes}/Classes de 2^{ndes} professionnelles et générales
Epreuve finale

Défi 1 : Suite logique

Compléter la suite de nombres suivante :

| | | | | | |
|---|---|---|----|-----|-----|
| 1 | 2 | 8 | 28 | 100 | 356 |
|---|---|---|----|-----|-----|

On remarque que : $8 = 2 \times 1 + 3 \times 2$

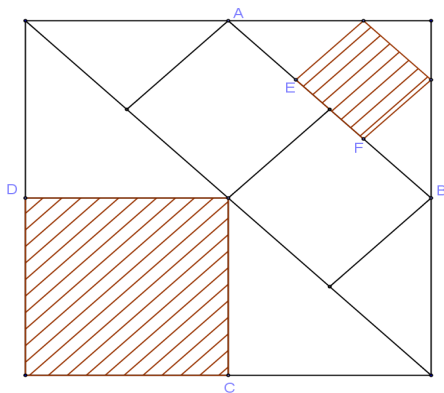
$$28 = 2 \times 2 + 3 \times 8$$

$$100 = 2 \times 8 + 3 \times 28$$

Ainsi le nombre suivant est $2 \times 28 + 3 \times 100$ soit **356**.

Défi 2 : Tout est carré

Sur la figure ci-dessous, deux des cinq carrés sont hachurés.



- a) On a $AB = CD$ et $EF = AB/3$;
 Or d'après le théorème de Pythagore :

$$CD = \sqrt{(15^2 + 15^2)} = 15\sqrt{2} \text{ ainsi } EF = 5\sqrt{2}$$

Donc l'aire du petit carré hachuré est égale à $(5\sqrt{2})^2$ soit **50 cm²**.

- b) Le rapport de l'aire du petit carré hachuré par l'aire du grand carré hachuré est :
 $50/225$ soit **2/9**

Défi 3 : Du pavé au cube

En augmentant la plus petite dimension d'un pavé droit de 6 cm et en diminuant la plus grande dimension de 10 cm, on obtient alors un cube tout en conservant le même volume. Soient a, b et c les dimensions du pavé droit (on suppose que $a < b < c$).

Le volume du pavé est égal à abc.

Les dimensions du cube sont a+6 , b et c - 10. Son volume est donc égal à $(a+6)b(c - 10)$.

On a d'une part $b = a+6 = c-10$ (1)

D'autre part $(a+6)b(c - 10) = abc$ soit $5a - 3c = -30$ (2)

Les deux équations (1) et (2) forment un système à deux inconnues a et c.

Après résolution, on obtient **a = 9 et c = 25**.

La longueur des arêtes du cube obtenu est égale à : **15 cm**