

4. La pertinence est abordée : quel écart entre les valeurs observées et celles théoriques des modèles ? le professeur parle d'écart relatif sur des exemples...

On fixe un écart de + ou - 2 et un écart relatif de + ou - 10%.

On partage la classe en binômes et chaque binôme se voit attribuer deux modèles (1 & 2, 2 & 3, etc.). On utilise les listes de la calculatrice : les valeurs des altitudes dans la liste  $L_1$ , celles des pressions dans la liste  $L_2$ . On affecte à la liste  $L_3$  l'image de la liste  $L_1$  par la fonction modèle ; on affecte à la liste  $L_4$  la différence entre  $L_3$  et  $L_2$  : on affecte à la liste  $L_5$  l'écart relatif en %,  $(L_3 \square L_2)/L_2 \times 100$ .

Les élèves complètent les colonnes correspondant aux modèles qu'ils étudient et doivent colorier les cases des écarts et des écarts relatifs correspondant aux critères retenus (+ ou - 2 et + ou - 10%).

On fait ensuite un bilan au tableau pour chaque modèle : les élèves complètent alors les autres colonnes ; on présente le fichier Excel pour chaque modèle. On peut aussi montrer celui avec la précision à + ou - 5%. On établit ensuite la liste des modèles avec leur domaine de validité.

**Important !** Une difficulté de gestion de classe : recopier les résultats des autres modèles ne semble pas très productif et demande beaucoup de temps ; il semble donc préférable de faire travailler tous les modèles et de colorier les cases des écarts et des écarts relatifs correspondant aux critères retenus. Les élèves vont y passer autant de temps mais vont faire émerger les domaines de validité. Ce travail pourrait être à terminer à la maison.

Données		Modèle 5			Modèle 6			Modèle 7		
Altitude en km	Pression en hPa	$g_1(x)$	écart	écart relatif	$g_2(x)$	écart	écart relatif	$A(x)$	écart	écart relatif
0	1010	993	-17	-1.7%	993	-17	-1.7%	1000	-10	-1.0%
1	896	880.5	-15.5	-1.7%	880.5	-15.5	-1.7%	880.5	-15.5	-1.7%
2	792	777.2	-14.8	-1.9%	777.2	-14.8	-1.9%	777.2	-14.8	-1.9%
3	699	684	-15	-2.1%	684	-15	-2.1%	684	-15	-2.1%
4	614	599.6	-14.4	-2.3%	599.6	-14.4	-2.3%	599.6	-14.4	-2.3%
5	538	524.2	-13.8	-2.6%	524.2	-13.8	-2.6%	524.2	-13.8	-2.6%
6	470	456.8	-13.2	-2.8%	456.8	-13.2	-2.8%	456.8	-13.2	-2.8%
7	409	396.4	-12.6	-3.1%	396.4	-12.6	-3.1%	396.4	-12.6	-3.1%
8	355	342	-13	-3.7%	342	-13	-3.7%	342	-13	-3.7%
9	306	292.6	-13.4	-4.4%	292.6	-13.4	-4.4%	292.6	-13.4	-4.4%
10	264	250.2	-13.8	-5.2%	250.2	-13.8	-5.2%	250.2	-13.8	-5.2%
12	194	180.8	-13.2	-6.8%	180.8	-13.2	-6.8%	180.8	-13.2	-6.8%
15	121	107.4	-13.6	-11.2%	107.4	-13.6	-11.2%	107.4	-13.6	-11.2%
20	55	42	-13	-23.6%	42	-13	-23.6%	42	-13	-23.6%
25	26	13	-13	-50%	13	-13	-50%	13	-13	-50%
30	12	0	-12	-100%	0	-12	-100%	0	-12	-100%
35	6	-6	-12	-200%	-6	-12	-200%	-6	-12	-200%
40	3	-10.5	-13.5	-450%	-10.5	-13.5	-450%	-10.5	-13.5	-450%

Données		Modèle 5			Modèle 6			Modèle 7		
Altitude en km	Pression en hPa	$g_1(x)$	écart	écart relatif	$g_2(x)$	écart	écart relatif	$A(x)$	écart	écart relatif
0	1010	993	-17	-1.7%	993	-17	-1.7%	1000	-10	-1.0%
1	896	880.5	-15.5	-1.7%	880.5	-15.5	-1.7%	880.5	-15.5	-1.7%
2	792	777.2	-14.8	-1.9%	777.2	-14.8	-1.9%	777.2	-14.8	-1.9%
3	699	684	-15	-2.1%	684	-15	-2.1%	684	-15	-2.1%
4	614	599.6	-14.4	-2.3%	599.6	-14.4	-2.3%	599.6	-14.4	-2.3%
5	538	524.2	-13.8	-2.6%	524.2	-13.8	-2.6%	524.2	-13.8	-2.6%
6	470	456.8	-13.2	-2.8%	456.8	-13.2	-2.8%	456.8	-13.2	-2.8%
7	409	396.4	-12.6	-3.1%	396.4	-12.6	-3.1%	396.4	-12.6	-3.1%
8	355	342	-13	-3.7%	342	-13	-3.7%	342	-13	-3.7%
9	306	292.6	-13.4	-4.4%	292.6	-13.4	-4.4%	292.6	-13.4	-4.4%
10	264	250.2	-13.8	-5.2%	250.2	-13.8	-5.2%	250.2	-13.8	-5.2%
12	194	180.8	-13.2	-6.8%	180.8	-13.2	-6.8%	180.8	-13.2	-6.8%
15	121	107.4	-13.6	-11.2%	107.4	-13.6	-11.2%	107.4	-13.6	-11.2%
20	55	42	-13	-23.6%	42	-13	-23.6%	42	-13	-23.6%
25	26	13	-13	-50%	13	-13	-50%	13	-13	-50%
30	12	0	-12	-100%	0	-12	-100%	0	-12	-100%
35	6	-6	-12	-200%	-6	-12	-200%	-6	-12	-200%
40	3	-10.5	-13.5	-450%	-10.5	-13.5	-450%	-10.5	-13.5	-450%

Données		Modèle 5			Modèle 6			Modèle 7		
Altitude en km	Pression en hPa	$g_1(x)$	écart	écart relatif	$g_2(x)$	écart	écart relatif	$A(x)$	écart	écart relatif
0	1010	993	-17	-1.7%	993	-17	-1.7%	1000	-10	-1.0%
1	896	880.5	-15.5	-1.7%	880.5	-15.5	-1.7%	880.5	-15.5	-1.7%
2	792	777.2	-14.8	-1.9%	777.2	-14.8	-1.9%	777.2	-14.8	-1.9%
3	699	684	-15	-2.1%	684	-15	-2.1%	684	-15	-2.1%
4	614	599.6	-14.4	-2.3%	599.6	-14.4	-2.3%	599.6	-14.4	-2.3%
5	538	524.2	-13.8	-2.6%	524.2	-13.8	-2.6%	524.2	-13.8	-2.6%
6	470	456.8	-13.2	-2.8%	456.8	-13.2	-2.8%	456.8	-13.2	-2.8%
7	409	396.4	-12.6	-3.1%	396.4	-12.6	-3.1%	396.4	-12.6	-3.1%
8	355	342	-13	-3.7%	342	-13	-3.7%	342	-13	-3.7%
9	306	292.6	-13.4	-4.4%	292.6	-13.4	-4.4%	292.6	-13.4	-4.4%
10	264	250.2	-13.8	-5.2%	250.2	-13.8	-5.2%	250.2	-13.8	-5.2%
12	194	180.8	-13.2	-6.8%	180.8	-13.2	-6.8%	180.8	-13.2	-6.8%
15	121	107.4	-13.6	-11.2%	107.4	-13.6	-11.2%	107.4	-13.6	-11.2%
20	55	42	-13	-23.6%	42	-13	-23.6%	42	-13	-23.6%
25	26	13	-13	-50%	13	-13	-50%	13	-13	-50%
30	12	0	-12	-100%	0	-12	-100%	0	-12	-100%
35	6	-6	-12	-200%	-6	-12	-200%	-6	-12	-200%
40	3	-10.5	-13.5	-450%	-10.5	-13.5	-450%	-10.5	-13.5	-450%

Données		Modèle 5			Modèle 6			Modèle 7		
Altitude en km	Pression en hPa	$g_1(x)$	écart	écart relatif	$g_2(x)$	écart	écart relatif	$A(x)$	écart	écart relatif
0	1010	993	-17	-1.7%	993	-17	-1.7%	1000	-10	-1.0%
1	896	880.5	-15.5	-1.7%	880.5	-15.5	-1.7%	880.5	-15.5	-1.7%
2	792	777.2	-14.8	-1.9%	777.2	-14.8	-1.9%	777.2	-14.8	-1.9%
3	699	684	-15	-2.1%	684	-15	-2.1%	684	-15	-2.1%
4	614	599.6	-14.4	-2.3%	599.6	-14.4	-2.3%	599.6	-14.4	-2.3%
5	538	524.2	-13.8	-2.6%	524.2	-13.8	-2.6%	524.2	-13.8	-2.6%
6	470	456.8	-13.2	-2.8%	456.8	-13.2	-2.8%	456.8	-13.2	-2.8%
7	409	396.4	-12.6	-3.1%	396.4	-12.6	-3.1%	396.4	-12.6	-3.1%
8	355	342	-13	-3.7%	342	-13	-3.7%	342	-13	-3.7%
9	306	292.6	-13.4	-4.4%	292.6	-13.4	-4.4%	292.6	-13.4	-4.4%
10	264	250.2	-13.8	-5.2%	250.2	-13.8	-5.2%	250.2	-13.8	-5.2%
12	194	180.8	-13.2	-6.8%	180.8	-13.2	-6.8%	180.8	-13.2	-6.8%
15	121	107.4	-13.6	-11.2%	107.4	-13.6	-11.2%	107.4	-13.6	-11.2%
20	55	42	-13	-23.6%	42	-13	-23.6%	42	-13	-23.6%
25	26	13	-13	-50%	13	-13	-50%	13	-13	-50%
30	12	0	-12	-100%	0	-12	-100%	0	-12	-100%
35	6	-6	-12	-200%	-6	-12	-200%	-6	-12	-200%
40	3	-10.5	-13.5	-450%	-10.5	-13.5	-450%	-10.5	-13.5	-450%

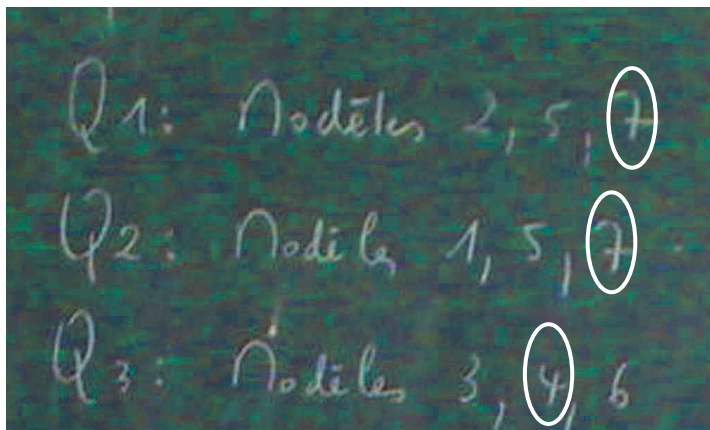
Ce travail permet d'identifier le type de précision qui permet de repérer les modèles les plus pertinents et leur intervalle de validité :

b) Modèles 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  
 Intervalles  $[0, 5]$  |  $[4, 10]$  | néant |  $[9, 25]$  |  $[0, 12]$  | néant |  $[0, 10]$   
 Les écarts n'appartiennent que très rarement à ces intervalles.  
 Les écarts relatifs permettent de définir les intervalles de validité des modèles.  
 = 10 fois Exp



Ainsi au regard des modèles choisis par sondages, on s'aperçoit que le modèle le plus précis par rapport à la question étudiée émerge : le modèle  $h$  présente les plus faibles écarts relatifs sur  $[0 ; 10]$ ...

Autre particularité : on voit que les modèles 3 et 6 n'ont pas de validité pour la question n° 3 alors qu'à l'œil, ils semblaient pertinents : il ne suffit donc pas que la courbe passe près des points...



On ne peut donc proposer qu'un modèle partiel unique pour la situation : la précision est autour de  $\pm$  ou  $-$  5%

Modèle unique  $p$

$$p(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{si } x \in [0, 10] \\ g_1(x) & \text{si } x \in [10, 25] \end{cases}$$

On peut donc s'interroger sur l'existence d'un modèle satisfaisant :

des fonctions du cycle terminale permettent de l'envisager...

La fonction exponentielle est une possibilité : ainsi le modèle  $t$  semble avoir un domaine de validité à  $\pm$  ou  $-$  10% sur l'intégralité de la situation ;

$$t(x) \approx 1050 \times e^{0,1475x}$$

On montre aux élèves la touche de la calculatrice utile...

5. On réinvestit les modèles pour estimer les réponses aux trois questions : les élèves effectuent avec leurs calculatrices et la précision des modèles permet d'identifier les réponses les plus précises...

5) Q2: randonneur.  
 $x = 2,5$   
 $f_1(2,5) = 750$   
 $h(2,5) = 1000 \times \frac{(14,96 - 2,5)}{(14,96 + 2,5)} \approx 743$   
 A 2500m, la pression vaut environ 743 hPa

Q1: Alpiniste.  
 $x = 8,848$   
 $f_2(8,848) \approx 317,6$

$g_2(8,848) \approx 289,8$   
 $h(8,848) \approx 314,3$   
 Au sommet de l'Everest, la pression est d'environ 314,3 hPa.

Q3: le pilote  
 $x = 18,3$   
 $g_1(18,3) \approx 71,9$   
 A 6000 pieds, la pression vaut environ 71,9 hPa

Pour finir, la question d) oblige à travailler dans l'autre sens...

On montre par exemple qu'à l'aide du premier modèle, la réponse n'est pas dans le domaine de validité du modèle. La recherche s'effectue en testant le modèle  $g_1$  dont on peut voir les images calculer...

The image shows a chalkboard with handwritten mathematical work. At the top, it says 'd) Premier: 3600 Pa = 36 hPa'. Below that, a linear function is defined:  $f_1(x) = 36$  with  $x \in [0; 5]$ . The student then solves for  $x$  by setting  $100x + 1000 = 36$ , which leads to  $100x = 36 - 1000 = -964$  and  $x = \frac{-964}{100} = -9,64$ . A curved arrow points from this result towards a question mark. Below this, a quadratic function is defined:  $g_1(x) = 36$  with  $x \in [10; 25]$ . The corresponding quadratic equation is  $x^2 - 50x + 152 = 36$ .

Les élèves réinvestissent leurs connaissances sur les fonctions du second degré avec la forme canonique...

On trouve deux solutions : 28 et 22 ; mais seul 22 est dans l'intervalle  $[10; 25]$ .

Le ballon est donc à 22 km d'altitude.