Rallye 2026 – IREM de ROUEN – Classes de 3ème et de 2nde
ÉPREUVES EN CLASSES
CORRIGÉ DÉTAILLÉ

1 - PETIT COEUR

On applique $a \heartsuit b = a^2 + 3^b$ à :

$(2 \heartsuit 0) = 2^2 + 3^0 = 4 + 1 = 5$

Puis à :

$(0 \heartsuit 1) = 0^2 + 3^1 = 0 + 3 = 3$

Et enfin à $(2 \heartsuit 0) \heartsuit (0 \heartsuit 1) = 5 \heartsuit 3 = 5^2 + 3^3 = 25 + 27 =$ **52**

2 - OH LES FILOUS !

On peut mettre en équation, mais c'est un peu lourd, on peut aussi « tâtonner » en tenant compte des informations de l'énoncé : la somme totale à payer est 240 € et les convives restant devront payer 10 € de plus que prévu.
On peut démarrer à 4 convives (Mathée et Matick compris) :
$4 \times 60 = 240$ mais ça ne va pas car $2 \times (60 + 10) \neq 240$
On continue :
$5 \times 48 = 240$ mais $3 \times (48 + 10) \neq 240$
$6 \times 40 = 240$ mais $8 \times (40 + 10) \neq 240$
240 n'est pas un multiple de 7 donc on poursuit avec 8 convives :
$8 \times 30 = 240$ et $6 \times (30 + 10) = 240$
Donc c'est une bonne réponse :
Ils étaient 8 à l'origine, le repas coûtait 30 €, 2 sont partis sans payer, les 6 restants ont donc dû régler 40 €.

Attention à la question : A l'origine, combien d'amis étaient **avec** Mathée et Matick ?

La réponse est donc : **6**

3 – ILS SONT FOUS CES ROMAINS !

ONE	TWO	THREE	FOUR	FIVE	SIX	SEVEN	EIGHT	NINE	TEN	ELEVEN	TWELVE
0	0	0	0	IV	IX	V	I	I	0	LV	LV

La réponse est : **0 0 0 0 4 9 5 1 1 0 55 55**

4 – UN COMPTE EST BON AVEC 3-1-4

a. Il y a plusieurs solutions pour la plupart des chiffres. Voici une réponse possible :

$4 - 1 - 3 = 0$
$4 \div (3 + 1) = 4 \div 4 = 1$
$4 - 3 + 1 = 2$
$4 - (1^3) = 4 - 1 = 3$
$3 - 1 + \sqrt{4} = 2 + 2 = 4$
$4 + 1^3 = 4 + 1 = 5$
$4 + 3 - 1 = 6$
$4 + 3 \div 1 = 7$
$4 + 3 + 1 = 8$
$3 \times (4 - 1) = 9$

b. Le plus grand nombre obtenu est : $4^{3+1} = 4^4 =$ **256**

5 - DES NOMBRES ÉTONNANTS

Il faut que ces nombres soient des multiples de 7, donc ces nombres étonnants sont à chercher parmi :
14 ; 21 ; 28 ; 35 ; 42 ; 49 ; 56 ; 63 ; 70 ; 77 ; 84 ; 91 et 98.
Ils ne sont pas très nombreux, on peut donc calculer la somme de leurs chiffres pour chacun d'eux :
5 ; 3 ; 10 ; 8 ; 6 ; 13 ; 11 ; 9 ; 7 ; 14 ; 12 ; 10 ; 17
Les nombres cherchés sont donc :

21 car $21 \div 3 = 7$

42 car $42 \div 6 = 7$

63 car $63 \div 9 = 7$

84 car $84 \div 12 = 7$

6 - CLEAR EVERYTHING OUT !

La première chose à faire est de calculer les totaux par ligne et par colonne.

On s'aperçoit vite que certains nombres seront dans la grille - résultat car si on les retire, le total tombe en-dessous de 16 sur sa ligne et/ou sur sa colonne :

Ainsi le 6 de la 1ère ligne -1ère colonne :

6	3	4	2	1	4	20
3	2	8	5	1	7	26
4	6	9	1	3	5	28
2	4	2	3	**5**	8	24
3	8	2	**7**	4	1	25
1	**6**	1	3	**6**	2	19
19	29	26	21	20	27	

Poursuivons, il y a des nombres qu'on ne peut pas retirer car ensuite il ne reste plus de combinaisons possibles pour atteindre 16 :

Par exemple le 2 de la 1ère ligne : si vous le retirez, le total de la ligne tombe à 18 et vous n'avez plus la possibilité de faire « 2 » pour atteindre 16. Regardez maintenant votre colonne 4 : vous savez que le 2 et le 7 sont inamovibles ; si vous retirez le 1 (le total devient 20), vous ne pourrez plus retirer 4 pour atteindre 16 et si vous retirez l'un des 3 (le total devient 18) vous ne pouvez plus retirer 2 donc ça y est : vous connaissez une des colonnes du résultat : la 4ème sera constituée de : 2 – 1 – 3 – 7 – 3

6	3	4	**2**	1	4	20
3	2	8		1	7	21
4	6	9	**1**	3	5	28
2	4	2	**3**	**5**	8	24
3	8	2	**7**	4	1	25
1	**6**	1	**3**	**6**	2	19
19	29	26	**16**	20	27	

Après ça s'enchaine assez vite : avec le même raisonnement que précédemment, si vous observez la ligne 2, le total est tombé à 21, vous ne pouvez donc plus vous passer ni du 8, ni du 7 ce qui fait déjà 15, la seule combinaison possible est de garder le 1 : la 2ème ligne est donc connue : ça sera : 8 – 1 – 7

Et vous pouvez constater que la 1ère ligne s'en trouve solutionnée automatiquement.

Au passage, la 6ème ligne s'est trouvée résolue elle-aussi car les chiffres à conserver donnent un total de 16 !

Nous en sommes donc à : (les chiffres qu'il faut impérativement garder sont toujours inscrits en gras) :

6	3	4	**2**	1	4	20
		8		1	**7**	**16**
4	6	9	**1**	3	5	28
2	4	2	**3**	**5**	8	24
3	8	2	**7**	4	1	25
1	**6**		**3**	**6**		**16**
16	27	25	**16**	20	25	

Continuons : si on reprend le tableau, colonne par colonne, on constate :

- Sur la 2ème colonne, le 6 doit rester car si on le retirait, on obtiendrait 21 (27 - 6) et comme il n'est pas possible de retirer 5 ensuite, on obtiendrait jamais 16. On connaît donc parfaitement cette colonne puisqu'il nous reste 6 + 4 + 6, soit 16.
- Sur la 3ème colonne, par des raisonnements similaires, on sait qu'on doit garder le 4, le 8 et les deux 2, et donc retirer le 9.

Si maintenant on regarde les lignes, sur la 1ère et le 4ème ligne on constate qu'il suffit de retirer les 1 pour obtenir 16

Nous en sommes alors au tableau suivant :

6		**4**	**2**	1	4	17
		8		1	**7**	**16**
4	**6**		**1**	3	5	19
2	**4**	**2**	**3**	**5**	8	24
3		**2**	**7**	4	1	17
1	**6**		**3**	**6**		**16**
16	**16**	**16**	**16**	20	25	

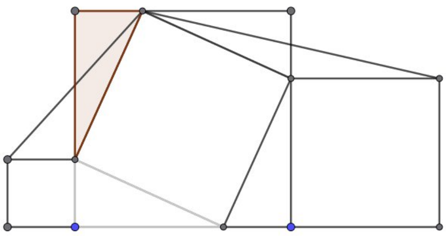
Et pour finir, si on observe maintenant les lignes, il est facile de voir qu'on n'a plus qu'une seule façon d'obtenir 16 : retirer les 1 de la 1ère , le 8 de la 3ème et de la 4ème ligne et le 3 de la 3ème : d'où le résultat final :

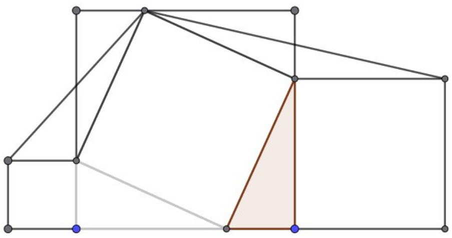
6		**4**	**2**		**4**	**16**
		8		**1**	**7**	**16**
4	**6**		**1**		5	**16**
2	**4**	**2**	**3**	**5**		**16**
3		**2**	**7**	**4**		**16**
1	**6**		**3**	**6**		**16**
16	**16**	**16**	**16**	**16**	**16**	

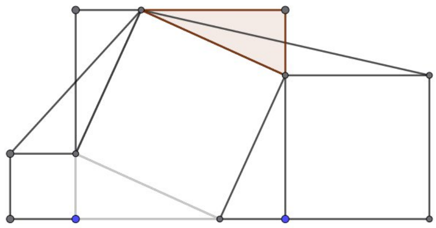
7 - QUE DE TRIANGLES !

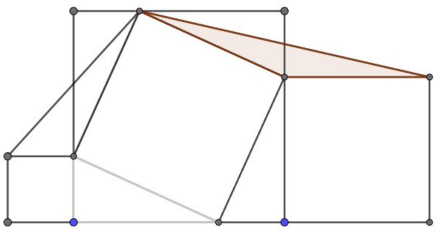
a. Il y a 12 triangles tracés sur cette figure.

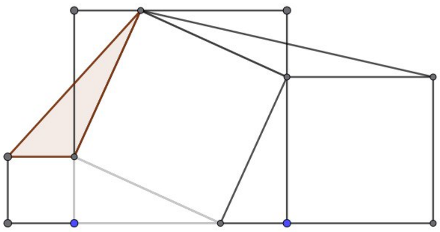
b. Il y a 5 triangles qui ont une aire égale à celle du triangle grisé.











8 - DE LA SUITE DANS LEURS IDÉES

Suite de Mathée : On ajoute 76 à chaque fois.

Suite de Matick : on ajoute 25 à chaque fois.

On cherche donc deux nombres entiers x et y tels que $50 + 76x = 51 + 25y$

C'est à dire : $76x = 1 + 25y$

On a un premier couple (1 ; 3) solution de cette équation : La première valeur commune aux deux listes est 126.

Le prochain couple solution est (26 ; 79). On a bien $76 \times 26 = 1 + 25 \times 79$

Mathée obtiendra donc pour la 2ème fois un nombre commun à la liste de Matick après **26** étapes.

(Ce nombre commun sera égal à : $50 + 76 \times 26 = 2026$.)

9 - CHIFFRES CODÉS

On cherche des codes de la forme **a b c d e** avec les contraintes suivantes :

a, b, c, d, e sont des nombres entiers tous différents

$1 \leq a \leq 9$ $\quad 1 \leq b \leq 9$ $\quad 1 \leq c \leq 9$ $\quad 1 \leq d \leq 9$ $\quad 1 \leq e \leq 9$

$a + b + c + d + e = 25$

$c = (a + b + c + d) \div 4$

e est impair

$d < a$ $\quad d < b$ $\quad d < c$ $\quad d < e$

$b > a$ $\quad b > c$ $\quad b > d$ $\quad b > e$

On peut trouver 6 solutions :

97 513 ; 96 523 ; 93 517 ; 87 523 ; 84 517 ; 83527.

10 - LA MAGIE DU 216

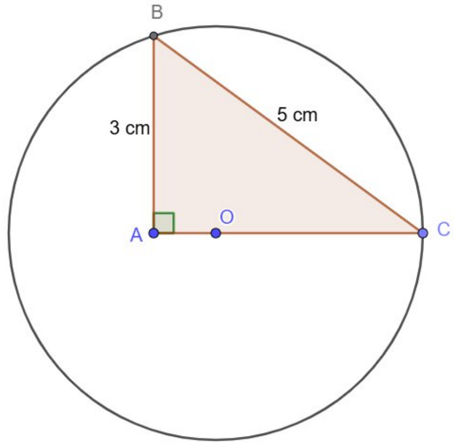
Si on ne prend pas en compte les signes, on peut décomposer 216 ainsi :

$36 \times 6 \times 1$; $36 \times 3 \times 2$; $18 \times 12 \times 1$; $18 \times 6 \times 2$; $18 \times 4 \times 3$; $12 \times 9 \times 2$; $12 \times 6 \times 3$; $9 \times 6 \times 4$.

Et on peut obtenir (il y a une variante au niveau des signes) :

-18	4	- 3
1	6	36
-12	9	-2

11 – J'EN CONNAIS UN RAYON



Notons r le rayon du cercle. On a r = OB = OC

ABO étant rectangle en A, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$r^2 = 3^2 + AO^2$

ABC étant rectangle en A, on en déduit d'après le théorème de Pythagore que AC = 4 cm.

Ainsi, AO = 4 – r

On en déduit que $r^2 = 9 + (4 - r)^2$
Ce qui permet d'obtenir $r = \frac{25}{8} =$ **3,125** cm.

12 - UNE SOMME RONDELETTE

On considère la somme S = 1 + 22 + 333 + 4 444 + … + 999 999 999

S = 1 + 20 + 2 + 300 + 30 + 3 + 4 000 + 400 + 40 + 4 + ... + 900 000 000 + 90 000 000 + 9 000 000 + 900 000 + 90 000 + 9 000 + 900 + 90 + 9

$S = (1 + 2 + ... + 9) + 10\ (2 + ... + 9) + 100\ (3 + ... + 9) + 10^8 \times 9$

$S = 45 + 10 \times 44 + 100 \times 42 + 10^3 \times 39 + 10^4 \times 35 + 10^5 \times 30 + 10^6 \times 24 + 10^7 \times 17 + 10^8 \times 9$

Pn trouve ainsi **S = 1 097 393 685**