

Situation « Les 5 terrains »

Mots clés : calcul littéral, développer, réduire, équation, modélisation.

Énoncé :

Dans un lotissement, on délimite cinq terrains carrés dont les mesures des côtés sont des nombres entiers consécutifs.

Les terrains sont répartis de chaque côté d'un chemin d'accès : les trois plus petits sont d'un côté du chemin et les deux plus grands sont de l'autre côté. Les surfaces de part et d'autre du chemin ont la même aire.

Retrouver la dimension de chaque terrain.

Niveau : 4^e, 3^e, 2nde

Objectifs possibles :

- Modéliser la situation, en s'appuyant sur un schéma, produire une écriture littérale ;
- Double distributivité, développer le carré d'une somme ou d'une différence ;
- Mettre le problème en équation en vue de sa résolution ;
- Résoudre algébriquement une équation du second degré en se ramenant à une équation produit ;
- Tester une égalité ; utiliser le tableur.

Intentions : Introduire les équations produits, en réinvestissant la double distributivité, à travers la résolution d'un problème nécessitant une modélisation.

Scénario possible :

- **Phase 1 (10 minutes) : Travail individuel**

Les élèves prennent connaissance de l'énoncé et initient une démarche personnelle. Le professeur circule, répond aux questions individuelles (vocabulaire), s'assure de la bonne compréhension de l'énoncé, en particulier pour les élèves ne produisant rien à l'écrit.

- **Phase 2 (30 minutes) : Travail de groupe**

Les élèves confrontent leurs démarches, s'accordent sur une résolution commune et poursuivent ensemble leur travail de recherche et de résolution. Pendant cette phase, le professeur impose aux élèves un support unique de travail (feuille blanche A4 ou A3). L'objectif de ce support unique est double :

- créer une dynamique de groupe en incitant les élèves à échanger ;
- obtenir une restitution du travail de chaque groupe en vue d'une future synthèse.

Le professeur valide les bonnes procédures, identifie les blocages rencontrés par les élèves et propose des relances.

Voici quelques exemples de relances :

Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
L'élève ne fait rien.	L'inviter à lire ou lui lire la consigne. L'inviter à schématiser. Questionner : Qu'as tu compris ?	L'élève verbalise ce qu'il a compris du problème et entre dans la production écrite.

L'élève calcule $(1+2+3)^2$.	Demander de mettre du sens à cette écriture, revenir aux schémas. Faire tracer le carré de côté $(1+2+3)$ et les 3 carrés de côtés 1, 2 et 3.	L'élève prend conscience de la différence entre $(1+2+3)^2$ et $1^2 + 2^2 + 3^2$.
L'élève raisonne par tâtonnement à la main, fait beaucoup d'essais infructueux, se décourage.	Proposer d'utiliser la calculatrice ou le tableur.	Outiller l'élève pour le remobiliser et le valoriser en l'aidant à aller au bout de son raisonnement.
L'élève propose x, y, z pour modéliser 3 nombres consécutifs. L'élève ne comprend pas que $x+1$ est le nombre qui suit x.	Utiliser un exemple : * quel est le nombre après 7 ? $\rightarrow 8$; * comment passer du 7 au 8 ? \rightarrow ajouter 1.	L'élève comprend comment modéliser trois entiers successifs.

Extrait de la grille d'intervention de l'enseignant (issue d'une lesson study)

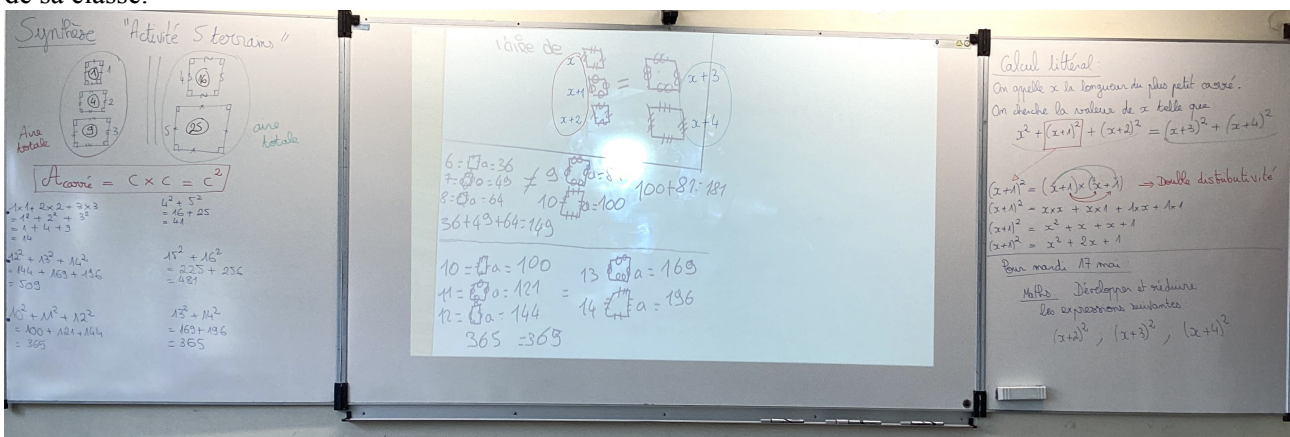
- **Phase 3 (40 minutes): Synthèse des travaux d'élèves et bilan.**

Cette phase peut-être faite à la séance suivante, ce qui permet à l'enseignant de catégoriser et hiérarchiser les différentes productions selon le type de procédures initiées et selon l'avancement dans la résolution de la tâche (tâtonnement à la main, avec la calculatrice ou tableur, utilisation et choix d'une inconnue, production et résolution d'une équation).

L'enseignant projette au tableau de manière ordonnée les productions choisies, donne la parole aux groupes pour exposer leurs travaux et organise la trace écrite du bilan au tableau (recueil de représentations, essais numériques, introduction de la lettre, écriture de l'équation).

Un exemple de bilan : Voilà un exemple de gestion du tableau lors de la phase du bilan.

La liste des éléments présentés ici n'est pas exhaustive. Le lecteur pourra adapter cette liste selon le contexte de sa classe.



Bilan réalisé lors de la Lesson Study « 5 terrains » en 2023, à Grand-Quevilly.

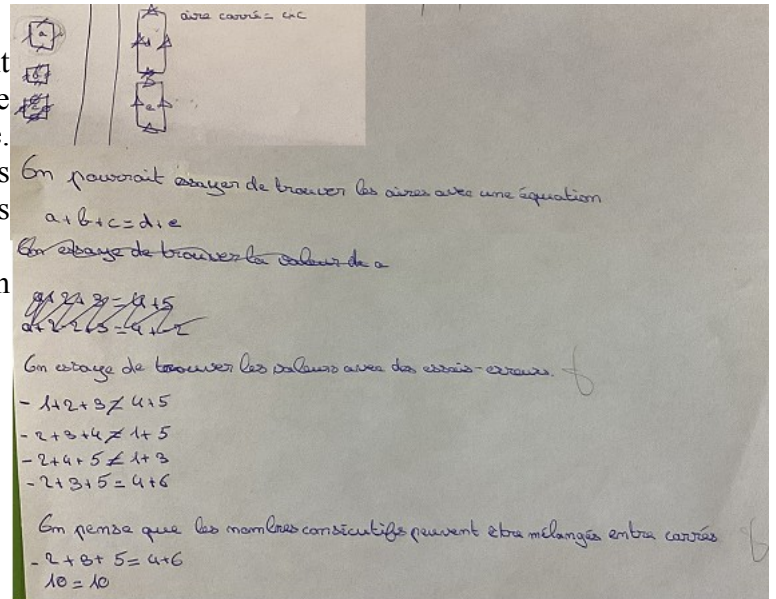
- **Phase 4 : Institutionnalisation**

En fonction des objectifs de la séance, une institutionnalisation sur développer une expression et/ou résolution d'une équation produit pourra suivre le bilan des travaux de groupes et la résolution en classe entière du problème.

Productions d'élèves :

Un premier groupe :

Au fil de leur raisonnement, les élèves abaissent les contraintes de l'énoncé. Le calcul de l'aire de carré est ramené à la simple longueur du carré. Puis, le regroupement des carrés ne se fait plus en respectant le fait qu'il y ait trois plus petits d'un côté et les deux plus grands de l'autre. Avec ce nouvelles conditions, ils obtiennent un résultat : $2 + 3 + 5 = 4 + 6$.

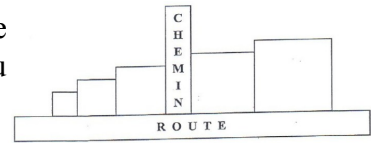


Un deuxième groupe :

Les élèves schématisent le problème, raisonnent par tâtonnement, trouvent la solution 10m, 11m, 12m, 13m, 14m. A la relance du professeur « Existe-t-il d'autres solutions ? », les élèves modélisent le problème avec une équation et initient une résolution de cette équation. Sur cette production, nous pouvons visualiser la relance du professeur sur la modélisation de l'entier consécutif. D'autre part, nous pouvons relever que les élèves se sont partagés le travail de développer des expressions en jeu.

Vigilances liées aux choix présentés :

- Pour l'énoncé, il est possible d'ajouter dans l'énoncé une représentation de la situation pour faciliter la modélisation du problème.



- Le choix de l'unité de mesure est laissé aux élèves. Le retour au réel laisse deux choix possibles : longueur en mètres ou longueur en décamètres.
Les longueurs en mètres donnent des petits terrains, dans une ville à forte densité par exemple. Les longueurs en décamètres donnent des grands terrains, en campagne ou zone péri-urbaine, ou des petits champs. Ces choix permettent d'ouvrir un débat de classe autour des représentations mentales des élèves sur les longueurs et les aires. C'est aussi l'occasion d'interroger l'environnement des élèves (salle de classe, habitation, cour du collège, terrains de sport, ville). Le choix de l'unité de longueur en mètres est orienté par le contexte, ici « lotissement ». On pourra imaginer un autre contexte autour des champs pour orienter le choix de l'unité de longueur en décamètres.