

Situation « Budget bonbons »

Mots clés : proportionnalité, modélisation, fraction, ratio

Énoncé :

Budget bonbons	
Alice, Bertrand et Chloé décident de faire un budget commun pour acheter un paquet de 15 bonbons. Chacun verse une somme différente :	
<ul style="list-style-type: none">- Alice donne 50 centimes- Bertrand donne 30 centimes- Chloé donne 20 centimes	
Comment vont-ils se répartir ces bonbons ?	

Niveau : Cycle 3 et cycle 4

Objectifs : Résoudre un problème de partage ayant plusieurs solutions selon le modèle choisi.

Intentions : Inciter les élèves à prendre des initiatives de modélisation en privilégiant un partage des bonbons proportionnel à la somme d'argent versée.

Scénario possible (choisi par un collectif) :

Phase 1 (10 min) : Travail individuel après lecture de l'énoncé.
L'idée est de laisser émerger un partage avec 5 bonbons pour chacun.

Phase 2 (5 min) : Recueil des premières recherches
À l'occasion d'un partage émergent de 5 bonbons par enfant, ce partage est validé puis l'enseignant incite à changer de modèle en disant :
P « Si vous êtes à la place d'Alice, est-ce que ce partage vous paraît juste ? »
L'idée est d'amener les élèves à tenir compte des différentes sommes versées par chacun.

Phase 3 (30 min) : Travail de recherche en groupe de 4 élèves
P propose pour certains groupes en difficulté du matériel (cubes, pièces de monnaie de différentes valeurs...). Après une verbalisation de son usage pour répondre au problème, ce matériel est enlevé pour favoriser l'abstraction.
P demande une production collective écrite par groupe.

On pourra, durant ces phases, utiliser des relances (voir extrait grille d'intervention de l'enseignant)

Déclencheur d'intervention	Intervention de l'enseignant	Effets attendus
Un élève demande « la moitié de 15 ça ne tombe pas juste »	« Tu as le droit de couper le bonbon en morceaux »	Autoriser l'emploi de fractions ($1/2$, ...)
Un élève ne comprend pas le mot « budget commun »	« Ça veut dire qu'ils réunissent tout leur argent »	Guider vers la considération de la somme globale
Le groupe propose un couple de bonbons pour Bertrand et Chloé qui ne respecte pas le ratio 3 : 2	L'enseignant propose la situation simplifiée suivante : « On est deux, tu as donné deux fois plus d'argent que moi, donc si en tout il y a 9 bonbons, comment allons-nous les partager ? »	Amener les élèves à revenir à la proportionnalité.

Le groupe propose le couple (4,5 ; 3) pour Bertrand et Chloé sans justifier sa validité (partage intuitif)	L'enseignant propose le couple (5 ; 2,5) dont la somme est 7,5 (bonbons) car ce couple correspond à un ratio 2 : 1	Faire émerger le bon ratio en jeu dans le partage de bonbons entre Bertrand et Chloé
--	--	--

Extrait de la grille d'intervention de l'enseignant

Phase 4 (15 min) : phase de bilan et d'institutionnalisation. *Elle peut être organisée à la séance suivante.*

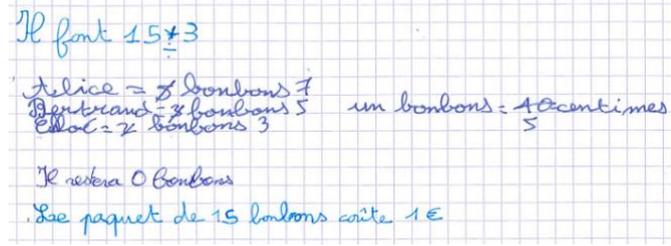
Pistes de bilan et d'institutionnalisation : les éléments suivants sont adaptables au contexte de la classe.

Voici une structure d'organisation du tableau de la classe possible pour le bilan

Différents partages proposés dans la classe		
Parts égales : 5, 5, 5 dans un ratio 1 : 1 : 1 Un peu plus/un peu moins : <i>plusieurs triplets recueillis</i>		
On considère que le nombre de bonbons est proportionnel aux sommes versées par chacun.		
Procédure : Proportionnalité avec utilisation de propriétés de linéarité	Procédure : Recherche du prix unitaire 100 cts : 15 bonbons	Procédure : 30/100 de 15 bonbons, c'est ... 20/100 de 15 bonbons c'est ...
Conclusion : Alice ayant donné la moitié de l'argent, elle reçoit la moitié des 15 bonbons, soit 7,5 bonbons. Bertrand et Chloé ont versé des sommes d'argent dans le ratio 3 : 2. Leur nombre de bonbons à chacun respectant ce ratio, avec 7,5 bonbons à se partager, Bertrand en a 4,5 et Chloé en a 3.		
		
Retour sur une manipulation		

Production de groupes d'élèves :

Un appui sur la connaissance du prix d'un bonbon



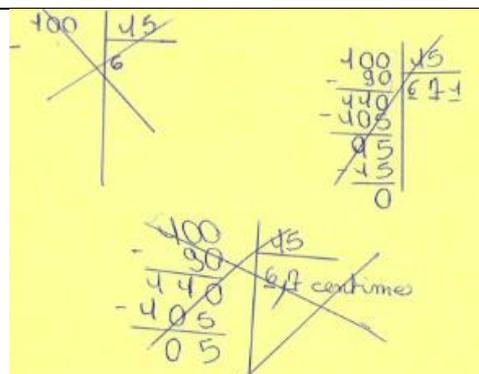
Après avoir envisagé de partager en donnant autant de bonbons à chacun, le groupe fait des essais de répartition en affectant un prix initial de bonbons (10 centimes) qu'il fixe en référence à leur expérience propre d'achat de bonbons en boulangerie. Affectant le prix de 10 cts pour un bonbon, Alice en a alors 5 (5 fois 10cts donne 50 cts), Bertrand en a 3 pour les 30 cts versés et Chloé en a 2. Le groupe invalide ce premier choix car alors seulement 10 bonbons sont redistribués (et non pas 15) et il envisage alors un second prix unitaire de bonbons (5 cts).

La recherche du prix d'un bonbon

Ce groupe recherche le prix d'un bonbon. Ayant repéré qu'Alice donne la moitié de l'argent et que la somme totale versée est de 1€, le groupe convertit	<ul style="list-style-type: none"> - Alice donne 50 centimes } 50 - Bertrand donne 30 centimes } 1€ - Chloé donne 20 centimes } 50 	Comment vont-ils se répartir les bonbons ?
---	---	--

immédiatement 1€ en 100 cts. Il pose ensuite en colonne trois divisions de 100 par 15.

Le prix exact unitaire d'un bonbon (en les considérant tous identiques) amène à la valeur exacte $20/3$ cts. La procédure enclenchée par le groupe permet de soulever la question des valeurs exacte et arrondie du prix d'un bonbon, et en particulier du sens porté au nombre de décimales conservées (pour une valeur approchée).



Pour aller plus loin :

Questionner les élèves une fois le problème initial résolu en demandant « Les trois enfants auraient-ils pu acheter des bonbons chacun de leur côté avec leur argent ? Si oui combien ? Combien coûte un bonbon tout seul ? » constitue un prolongement.

Ce prolongement est l'occasion de débattre également de l'affichage de la calculatrice qui après plusieurs 6 affiche un 7 après la virgule. Et de rapprocher ce calcul instrumenté du calcul posé de la division de 100 par 15 qui présente une suite infinie de restes égaux à 10.



À d'autres niveaux :

En 3^e « La fête foraine » est une situation proche. Elle fait travailler le ratio avec comme grandeurs en jeu des sommes versées et des sommes perçues.

Alice, Bertrand et Chloé décident de faire un budget commun pour aller à la fête foraine.

Chacun verse une somme différente :

- Alice 25€,
- Bertrand 30€
- Chloé 45€.

À leur retour, il leur reste 15€. Ils souhaitent se répartir cette somme selon ce que chacun a versé au départ. Comment faire ?

Énoncé « La fête foraine »

Une différence entre les deux situations réside en particulier dans le statut du coefficient de proportionnalité. Pour « Budget bonbon », c'est une grandeur quotient (prix d'un bonbon en centime ou quantité de bonbon dans un centime). Pour « Fête foraine », ce coefficient de proportionnalité $15/100$ (ou $100/15$), sans unité, est un nombre correspondant à une réduction (ou augmentation) de somme d'argent.

Investissement financier dans une entreprise

En jouant sur les valeurs des sommes versées, la situation sera plus complexe comme dans celle présentée ensuite par rapport à « La fête foraine ». Elle peut être utilisée en travail de consolidation sur une séance relativement éloignée dans le temps de la séance concernant « Budget bonbons » ou « La fête foraine ».

Les trois amis investissent dans une entreprise. Chacun investit une somme différente.

- Alice : 6 800 €
- Bertrand : 5 200 €
- Chloé : 3 700 €.



Aide-les à se partager les bénéfices qui s'élèvent à 4 700 €.