

Situation « Permis de conduire »

Mots-clés

Évolutions, pourcentages, coefficient multiplicateur, puissance, vie quotidienne.

Énoncé (à adapter au taux et à l'année en cours)

Permis de conduire et livret A

À la naissance de Jon, ses grands-parents ont placé 800 € sur un livret d'épargne, un livret A. Ils se demandent si ce livret pourra financer son permis de conduire à ses 18 ans.


Livret A et taux

Le Livret A est un compte d'épargne rémunéré.
C'est l'État qui fixe le taux d'intérêt.

Par exemple, un taux d'intérêt annuel de 3% signifie que la somme présente au début de l'année est augmentée de 3% à la fin de l'année.

Deux fois par an, l'État a la possibilité de faire évoluer le taux d'intérêt du livret A.

Le taux avait été maintenu à 0,5 % au 1er février 2021. Ce taux plancher est historiquement le plus bas, est resté inchangé depuis le 1er février 2020.



Niveau : Seconde (envisageable à d'autres niveaux avec ajustements)

Objectifs : Traiter une situation de la vie quotidienne mettant en jeu des augmentations successives en pourcentages.

Intentions : Montrer une utilisation du coefficient multiplicateur dans le cadre d'évolutions successives.

Scénario possible (choisi par un collectif) :

En amont, demander aux élèves quel est le coût d'un permis. Ce sera une base pour discuter du coût dans 18 ans. Possibilité aussi de demander aux élèves de se renseigner sur le Livret A et son taux.

Après distribution et lecture de l'énoncé, il faudra fixer avec la classe le coût du permis de conduire visé. Le taux du livret A pourra éventuellement être fixé par les élèves eux-mêmes ou décidé en plénière pour simplifier la tâche de l'enseignant au moment du bilan.

Les élèves peuvent alors travailler individuellement puis en groupe pour confronter leurs premières idées. Ils devront produire une réponse commune au groupe. Des prolongements (voir p.3) pourront être donnés aux groupes les plus rapides. La calculatrice s'avérera indispensable et certains élèves pourront utiliser un ordinateur munit d'un tableur. Selon les choix de l'enseignant, la connaissance du coefficient multiplicateur pourra être considérée comme un prérequis ou, au contraire, ce sera l'occasion d'en montrer une première utilisation.

Quelques pistes d'institutionnalisation :

- Autour du coefficient 1,003 (selon le taux choisi) ;
- Autour de la notion de puissance ;
- Autour du tableur et des formules en jeu ;
- Montrer l'aspect graphique avec le tableur :
 - avec 0,5 % la situation semble affine ;
 - avec 3 %, elle ne l'est plus !

Après 1 an

$$800 \text{ €} + 800 \text{ €} \times \frac{0,5}{100} = 804 \text{ €}$$

On factorise par 800 €

$$800 \text{ €} \times \left(1 + \frac{0,5}{100}\right) = 804 \text{ €}$$

Après 2 ans

$$804 \text{ €} + 804 \text{ €} \times \frac{0,5}{100} = 808,02 \text{ €}$$

On factorise par 804 €

$$804 \text{ €} \times \left(1 + \frac{0,5}{100}\right) = 808,02 \text{ €}$$

Coefficient multiplicateur associé à la hausse de 0,5 %

Augmenter une valeur de 0,5 % revient à multiplier cette valeur par le coefficient multiplicateur $1 + \frac{0,5}{100}$

Figure 1 : Tableau lors d'un bilan

La figure 1 présente la photo du tableau suite à un bilan introduisant le coefficient multiplicateur.

Extrait de la grille d'intervention de l'enseignant

Déclencheur d'intervention	Intervention	Effets attendus, buts
Les élèves ne sont pas d'accord sur le coût du permis ou le taux du Livret.	Fixer le coût/taux ou laisser les groupes choisir.	Accélérer la mise au travail ou améliorer la dévolution du problème
Des élèves ne trouvent pas le coefficient 1,03 mais arrivent à faire le calcul en deux étapes : $A + 0,03A$	Demander si on ne peut pas simplifier ce calcul.	Amener les élèves vers le coefficient multiplicateur.
Un élève écrit $3 \% \times 18 = 54 \%$ et l'élève annonce $800 \text{ €} \times 1,54 = 1232 \text{ €}$.	Faire calculer les deux premières années. Quelle somme y a-t-il sur le livret au bout d'un an ? - 824 € - deux ans ? - ... € As-tu pris en compte, à la 2 ^{ème} année que le solde n'est plus de 800 € mais de 824 € ?	Revenir au sens du %.

Production d'élèves : Certains élèves vont considérer que 18 augmentations successives de 0,5 % reviennent à une seule augmentation de 9 % (Figure 2). Il faudra alors faire prendre conscience aux élèves que si le taux d'évolution est constant, ça n'est pas le cas des différentes augmentations.

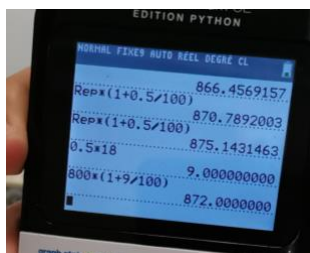


Figure 2 : Une erreur récurrente

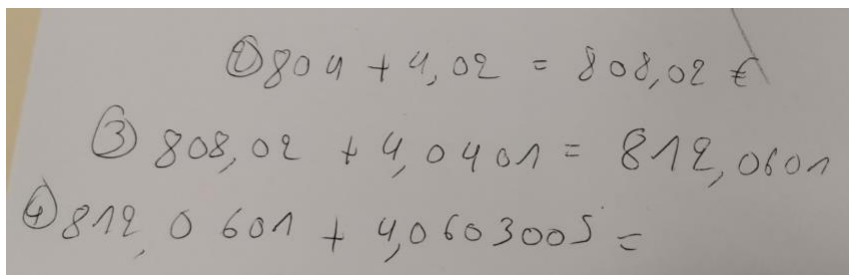


Figure 3 : La question des arrondis

Une fois la méthode de calcul comprise, les élèves calculent la somme présente sur le livret année après année et se heurtent aux arrondis et valeurs approchées (Figure 3). Une solution pourra être apportée en utilisant un tableur ou encore, en utilisant la notion de puissance.

On pourra également discuter de la différence potentielle entre la solution mathématique et la véritable somme qui serait présente sur un livret, les intérêts étant arrondis chaque année et le taux variant d'une période à une autre.

Pour aller plus loin :

Après avoir montré que la somme de 800 € ne suffit pas. On peut faire émerger trois questions :

- Quelle somme initiale permettrait de dépasser le coût du permis ?
- Quelle durée permettrait de dépasser le coût du permis ?
- Quel taux permettrait de dépasser le coût du permis ?

Ces trois questions peuvent être résolues à l'aide d'équations. Certaines de ces équations sont à la portée des élèves de secondes ou de première (somme initiale) et d'autres ne le sont pas autrement qu'en tâtonnant (durée et taux¹). Il est alors possible d'institutionnaliser cela et d'en expliquer les raisons (inconnue en exposant par exemple). En terminale, le logarithme permettra de résoudre les deux équations récalcitrantes.

À d'autres niveaux ?

On peut aussi envisager d'étudier cette situation à des élèves de troisième, ce qui permettrait de revenir sur la notion de puissance.

En classe de première pour revenir sur les calculs d'évolutions à l'aide de coefficients multiplicateurs et modéliser la situation à l'aide de suites numériques.

En classe de terminale pour la partie consacrée aux équations (durée et taux) en montrant une première utilisation du logarithme.

¹ Une racine 18^e permet néanmoins de trouver le taux cherché.