

Activité : Pylône
Expérimentation 3e3 – LN 2016

Éléments de contexte :

Classe de 24 élèves, d'un bon niveau.

Bonne tête de classe, les élèves d'un niveau moyen sont volontaires et travaillent, 2 dyslexiques avec tiers temps, 1 décrocheur, 2 décrochés.

Septembre – Octobre	Novembre - Décembre	Janvier – Février	Mars – Avril
Angles et cercle, Théorème de Pythagore (directe) TG : Transat GGB : construction à envoyer par mail	Statistiques TABLEUR : Notes du CCPB1 – vidéoprojecteur	Développement, Equation TG avec classe mobile : Pylône (GGB & TABLEUR)	Probabilités (2) : théorique TABLEUR : lancer deux dés – DM à envoyer par mail
Fonction (1) : programme de calcul, antécédent & image, tableau de valeur TABLEUR : programme de calcul – TP info classe mobile	Agrandissement & réduction, Théorème de Thalès (directe), Théorème de Pythagore (réciproque & contraposée)	Probabilités (1) : fréquentiste TABLEUR : * coloriage - vidéoprojecteur, * lancer un dé - classe mobile * triangle constructible – classe mobile	Fonction (3) : Représentation graphique TG : Statue de la Liberté – avec classe mobile (GGB)
Boules et sphères TG : Terminal céréaliier	Fonction (2) : écriture algébrique TG avec classe mobile : Boîte du pâtissier – volume maximum (TABLEUR et GGB) GGB : Construction à envoyer par mail		PGCD (1) : Vocabulaire TG : Pain d'épice TABLEUR : Fractions irréductibles et probabilités
- CCPB 1 -	- CCPB 2 -	- Brevet Blanc -	- CCPB 3 -
<i>Sections (1) : pavé et cylindre</i>		<i>Sections (2) : boule et sphère</i>	<i>Polygones réguliers</i>

Objectifs :

- modélisation, résoudre un problème avec recours à GGB ou TABLEUR,
- retour sur la notion d'équation vue en 4e, mise en équation, résolution d'une équation du 1er degré

7 groupes de 3 ou 4 élèves fixés par le professeur, par affinité et niveau (1 très bon, 1 bon, 1 moyen moins ou 1 bon, 1 moyen, 1 décrochage)

Groupes déjà testés une fois lors d'un précédent travail de cours, en cours de stabilisation.

Déroulement :

J1 :

- Ramasser DM Calcul littéral
- Activité : Pylône – TRAVAIL DE GROUPE : Modélisation
 - Lecture consigne
 - TI : au brouillon, obligation de produire
 - TG : médiation synthèse

NB :

Les élèves ne disposent pas de paille pour cette séance (j'ai oublié de les prendre!)

La classe mobile est dans la salle, je ne le précise pas mais les élèves savent que les PC portables sont à leur disposition s'ils souhaitent les utiliser.

Cinq groupes demandent à utiliser un PC portable, quatre groupes pour faire une construction sous GGB et un groupe pour utiliser le TABLEUR.

Deux groupes utilisent du calcul algébrique, ces deux groupes sont composés de trois élèves dont un très bon élève dans chacun de ces groupes.

Les groupes utilisant GGB bloquent dans la construction de la figure, difficile de conceptualiser la situation, travail non abouti.

Les élèves utilisant l'algèbre bloquent : deux inconnues dans l'égalité de Pythagore, difficile d'obtenir le $40-x$.

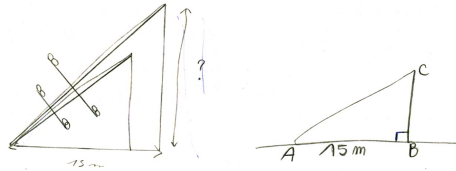
J2 :

- Contrôle de cours sur le développement
- Activité : Le Pylône – TRAVAIL DE GROUPE : Résolution
 - Classe entière : Rappel de l'activité, modélisation à l'aide d'une **paille**, construction au tableau d'une modélisation de la situation
 - TG : suite du travail initié la veille

NB : Je signale à la classe que des pailles sont à leur disposition si ils en ont besoin. Plusieurs élèves m'en demandent : c'est une aide pour les élèves utilisant GGB pour construire leur fichier (aide pour visualiser quel point doit être mobile), c'est aussi une aide pour les élèves utilisant l'algèbre (aide pour exprimer une longueur manquante en fonction de l'autre grandeur manquante). Dans les deux cas, la paille a permis de débloquent les élèves.

J3 :

- Activité : Le Pylône – SYNTHESE
 - Modélisation : tracer de la figure modélisant la situation, consensus sur le fait que l'on peut considérer dans cette modélisation le pylône perpendiculaire au sol → attention : aucune certitude, il s'agit d'une modélisation !



- Groupes GGB : deux méthodes pour la construction du fichier obtenue par les élèves, projection et analyse de ces deux constructions, résolution du problème → *fiche : synthèse ggb*
- Groupe TABLEUR : projection et analyse d'une production d'un groupe, résolution du problème → *fiche : synthèse tableur*

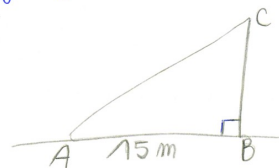
J4 :

- Ex : Calcul astucieux
- Activité : Le Pylône – SYNTHESE suite
 - Rappel : modélisation (utilisation de la paille), résolution tableur et GGB
 - Groupe ALGEBRE : projection et analyse d'une production de groupe, résolution du problème, **obtention d'une valeur exacte**

• on sait que $\triangle ABC$ est un angle droit car BC est perpendiculaire au sol.

utilisons le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned}
 AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\
 15^2 + x^2 &= (37-x)^2 \\
 225 + x^2 &= (37-x)^2 \\
 225 + x^2 &= 37^2 + x^2 + 2 \times 37 \times x \\
 225 + x^2 &= 1369 + x^2 - 74x \\
 225 + \cancel{x^2} &= \cancel{x^2} + 1369 - 74x - \cancel{x^2} \\
 225 &= 1369 - 74x \\
 225 - 1369 &= -74x + 1369 - 1369 \\
 -1144 &= -74x \\
 -1144 : (-74) &= -74x : (-74) \\
 15,5 &= x
 \end{aligned}$$



x correspond à BC donc $BC \approx 15,5$ m
 donc on a besoin que la nacelle monte à environ $15,5$ m.

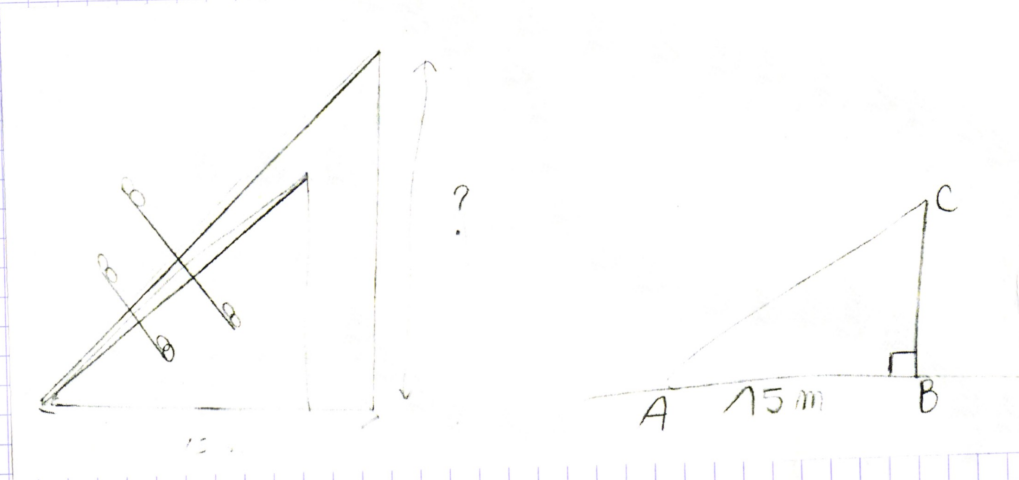
- Cours : Equation

Synthèse : (cahier d'élève)

Synthèse :

① on commence par modéliser la situation

On suppose dans ce modèle que le pylône est perpendiculaire au sol.



② On peut réaliser une construction dynamique avec le logiciel géogébra

- FICHE GGB -

③ On peut aussi le faire

Activité : Pylône

Avec le tableur

L'idée est de tester plusieurs hauteurs de nacelle et trouver ainsi celle qui convient.

1er essai : Prenons une nacelle de 15 m.

On essaie avec $CA = 15$ m

$$15^2 + 15^2 = 450$$

$$(37 - 15)^2 = 484$$

Ensuite, on utilise "la contraposée de Pythagore"



Donc, avec $CB = 15$ m, le ~~triangle~~ triangle n'est pas rectangle.

Le triangle ABC doit être rectangle

Donc, $CB \neq 15$ m

Autres essais :

Pour les autres calculs nous préférons utiliser le tableau

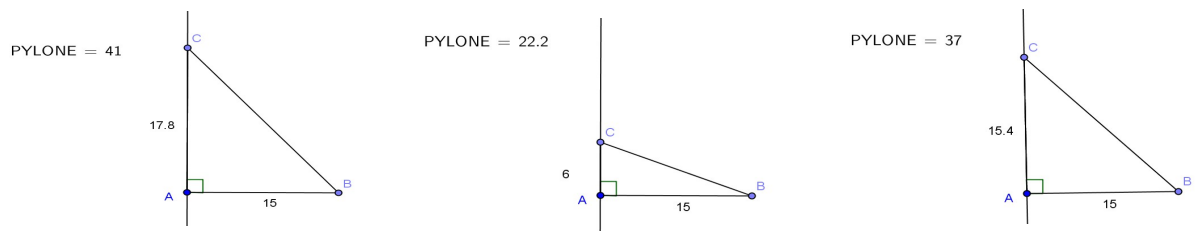
	A	B	C		A	B	C	D
	Longueur CB	$AB^2 + BC^2$	AC^2		Longueur CB	$AB^2 + BC^2$	AC^2	
1				1	14.1	423.81	524.41	
2	14.1	$=15^2 + A2^2$	$=37 \cdot A2^2$	2	14.2	426.64	519.64	
3	14.2	$=15^2 + A3^2$	$=37 \cdot A3^2$	3	14.3	429.49	515.29	
4	14.3	$=15^2 + A4^2$	$=37 \cdot A4^2$	4	14.4	432.36	510.76	
5	14.4	$=15^2 + A5^2$	$=37 \cdot A5^2$	5	14.5	435.25	506.25	
6	14.5	$=15^2 + A6^2$	$=37 \cdot A6^2$	6	14.6	438.16	501.76	
7	14.6	$=15^2 + A7^2$	$=37 \cdot A7^2$	7	14.7	441.09	497.29	
8	14.7	$=15^2 + A8^2$	$=37 \cdot A8^2$	8	14.8	444.04	492.84	
9	14.8	$=15^2 + A9^2$	$=37 \cdot A9^2$	9	14.9	447.01	488.41	
10	14.9	$=15^2 + A10^2$	$=37 \cdot A10^2$	10	15	450	484	
11	15	$=15^2 + A11^2$	$=37 \cdot A11^2$	11	15.1	453.01	479.61	
12	15.1	$=15^2 + A12^2$	$=37 \cdot A12^2$	12	15.2	456.04	475.24	
13	15.2	$=15^2 + A13^2$	$=37 \cdot A13^2$	13	15.3	459.09	470.89	
14	15.3	$=15^2 + A14^2$	$=37 \cdot A14^2$	14	15.4	462.16	466.56	
15	15.4	$=15^2 + A15^2$	$=37 \cdot A15^2$	15	15.5	465.25	462.25	
16	15.5	$=15^2 + A16^2$	$=37 \cdot A16^2$	16	15.6	468.36	457.96	
17	15.6	$=15^2 + A17^2$	$=37 \cdot A17^2$	17	15.7	471.49	453.69	
18	15.7	$=15^2 + A18^2$	$=37 \cdot A18^2$	18	15.8	474.64	449.44	
19	15.8	$=15^2 + A19^2$	$=37 \cdot A19^2$	19	15.9	477.81	445.21	
20	15.9	$=15^2 + A20^2$	$=37 \cdot A20^2$	20	16	481	441	
21	16	$=15^2 + A21^2$	$=37 \cdot A21^2$	21				

Donc la nacelle doit monter à une hauteur entre 15,4 et 15,5 m.
 Nous n'avons pas besoin d'être plus précis.

④ Les méthodes "ggb" et "le tableau" donnent une valeur approchée de la hauteur de la cascade, mais ne permettent pas d'obtenir une valeur exacte. Pour obtenir la valeur exacte de cette hauteur, on utilise le calcul algébrique.
 On traduit le problème sous la forme d'une équation et on va résoudre cette équation.

Fiches « Synthèse GGB » et « Synthèse TABLEUR » :

Méthode 1 :

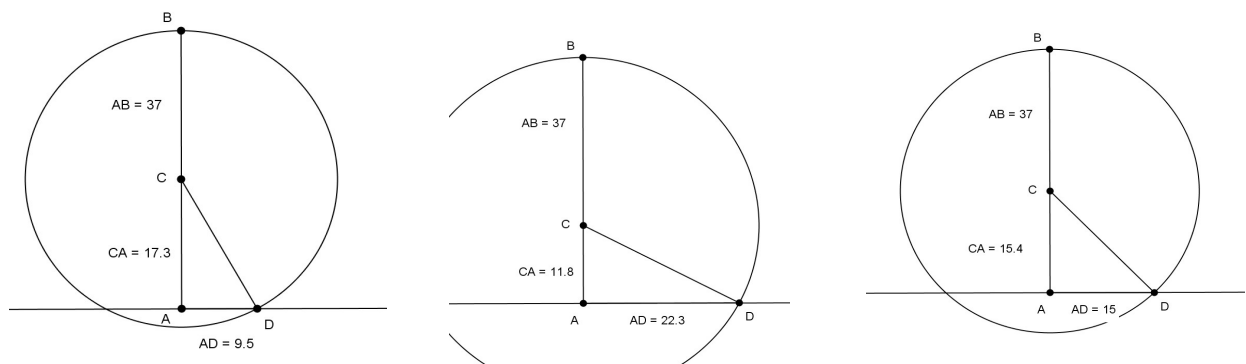


Dans la barre de SAISIE de géogebra, on définit le nombre « PYLONE » par : $PYLONE = AC + CB$.
Le nombre « PYLONE » représente la longueur totale du pylône. Il doit être égale à 37 m.

Le point C est mobile, il représente l'emplacement de la cassure sur le pylône.
Il s'agit de déplacer ce point C jusqu'à ce que le nombre « PYLONE » soit 37.

On trouve que la hauteur de la cassure est environ 15,4 m.

Méthode 2 :



On trace un segment [AB] de 37 m, représentant le pylône.

On place un point C mobile sur le pylône [AB], représentant la cassure.

Le segment [CB] représente alors la partie cassée du pylône.

On reporte la longueur CB à partir du point C. On place alors le point D, point d'intersection de la pointe du pylône cassé avec le sol.

On déplace le point C mobile sur le segment [AB] jusqu'à ce que la distance entre la base du pylône et la pointe du pylône cassée soit 15 m.

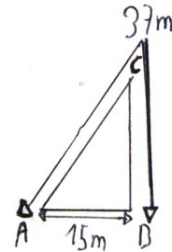
On trouve que la hauteur de la cassure est environ 15,4 m.

Activité : Pylône
Avec le tableur

L'idée est de tester plusieurs hauteurs de nacelle et trouver ainsi celle qui convient.

1er essai : Prenons une nacelle de 15 m.

On essaie avec $CB = 15$ m
 $15^2 + 15^2 = 450$ | $(37 - 15)^2 = 484$



Ensuite, on utilise "la contraposée de Pythagore"

Donc, avec $CB = 15$ m, le ~~triangle~~ triangle n'est pas rectangle.

Le triangle ABC doit être rectangle.
Donc, $CB \neq 15$ m

Autres essais : Pour les autres calculs nous préférons utiliser le tableur

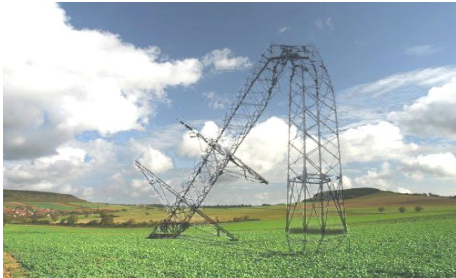
	A	B	C
1	Longueur CB	$AB^2 + BC^2$	AC^2
2	14,1	$=15^2+A2^2$	$=(37-A2)^2$
3	14,2	$=15^2+A3^2$	$=(37-A3)^2$
4	14,3	$=15^2+A4^2$	$=(37-A4)^2$
5	14,4	$=15^2+A5^2$	$=(37-A5)^2$
6	14,5	$=15^2+A6^2$	$=(37-A6)^2$
7	14,6	$=15^2+A7^2$	$=(37-A7)^2$
8	14,7	$=15^2+A8^2$	$=(37-A8)^2$
9	14,8	$=15^2+A9^2$	$=(37-A9)^2$
10	14,9	$=15^2+A10^2$	$=(37-A10)^2$
11	15	$=15^2+A11^2$	$=(37-A11)^2$
12	15,1	$=15^2+A12^2$	$=(37-A12)^2$
13	15,2	$=15^2+A13^2$	$=(37-A13)^2$
14	15,3	$=15^2+A14^2$	$=(37-A14)^2$
15	15,4	$=15^2+A15^2$	$=(37-A15)^2$
16	15,5	$=15^2+A16^2$	$=(37-A16)^2$
17	15,6	$=15^2+A17^2$	$=(37-A17)^2$
18	15,7	$=15^2+A18^2$	$=(37-A18)^2$
19	15,8	$=15^2+A19^2$	$=(37-A19)^2$
20	15,9	$=15^2+A20^2$	$=(37-A20)^2$
21	16	$=15^2+A21^2$	$=(37-A21)^2$

	A	B	C	D
1	Longueur CB	$AB^2 + BC^2$	AC^2	
2	14,1	423,81	524,41	
3	14,2	426,64	519,84	
4	14,3	429,49	515,29	
5	14,4	432,36	510,76	
6	14,5	435,25	506,25	
7	14,6	438,16	501,76	
8	14,7	441,09	497,29	
9	14,8	444,04	492,84	
10	14,9	447,01	488,41	
11	15	450	484	
12	15,1	453,01	479,61	
13	15,2	456,04	475,24	
14	15,3	459,09	470,89	
15	15,4	462,16	466,56	
16	15,5	465,25	462,25	
17	15,6	468,36	457,96	
18	15,7	471,49	453,69	
19	15,8	474,64	449,44	
20	15,9	477,81	445,21	
21	16	481	441	

Donc la nacelle doit monter à une hauteur entre 15,4 et 15,5 m.
Nous n'avons pas besoin d'être plus précis.

Bilan Cours :

Activité : Pylône
Avec le calcul algébrique

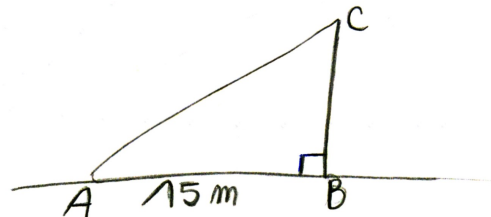


Un pylône de 37 m de hauteur s'est brisé et la pointe retombe sur le sol à 15 m de la base du pylône.

A l'aide du **calcul algébrique**, déterminons la **hauteur exacte** de la cassure du pylône

Modélisation :

On suppose le pylône perpendiculaire au sol.



Résolution algébrique :

On appelle x la longueur BC.

On a alors : $AC = \dots\dots\dots$

On sait que le triangle ABC est rectangle en B.

On utilise le théorème de Pythagore.

On obtient : $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Enfin, $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

Bilan :

Cette méthode permet d'obtenir la hauteur **exacte** de la cassure.

Cette méthode consiste à :

- **nommer par une lettre la grandeur inconnue**
- **obtenir une équation** en traduisant les informations de l'énoncé en langage mathématique
- **résoudre l'équation**, c'est-à-dire trouver toutes les solutions de l'équation.

Pour résoudre une équation, on transforme l'équation en équations équivalentes plus simples, à l'aide des techniques de calcul littéral (développement, réduction, factorisation,...).

Exemple :

Résolution équation 1er degré.