Situation « Radar tronçon »

Mots-clés

Vitesse moyenne, vie quotidienne, modélisation, citoyenneté.

Niveau

Fin de cycle 4, seconde.

Objectifs

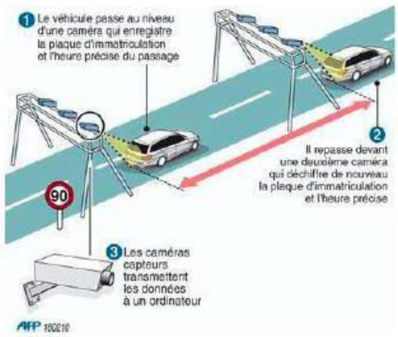
Modéliser une situation de la vie quotidienne mettant en jeu des calculs de durée, de distance et de vitesse moyenne à l'aide de formules algébriques.

S'interroger sur le bien-fondé d'une affirmation qui, comme de nombreuses affirmations médiatiques, est assénée sans justification.

Intentions

Étude d'un phénomène autour des vitesses moyennes afin de faire comprendre que la vitesse moyenne n'est pas la moyenne des vitesses.

Pour contrôler la vitesse des véhicules, il existe un nouveau type de radar : les radars tronçon. Ce type de radar permet de mesurer la vitesse moyenne d'un automobiliste sur un tronçon de plusieurs kilomètres.



Sur une zone de contrôle de 9 km, la vitesse est limitée à 90 km/h. Un automobiliste a parcouru les cinq premiers kilomètres à la vitesse moyenne de 110 km/h. Prudemment, il décide d'abaisser sa vitesse à 60 km/h sur les quatre derniers kilomètres.

Consigne: Sera-t-il verbalisé ?

Scénario possible (choisi par un collectif)

Cette situation se prête bien à un travail en groupe des élèves (par trois ou quatre), En effet, le travail en équipe favorisera l'élaboration de stratégies et l'obtention de résultats dans le temps imparti d'une séance.

Pour commencer, l'enseignant pourra s'appuyer sur une vidéo (*Figure 1*) qui permettra de discuter des grandeurs en jeu et de prendre simplement conscience qu'un ralentissement de l'automobiliste a une influence sur sa vitesse moyenne sur le tronçon. En effet certains élèves peuvent penser que l'automobiliste doit être verbalisé puisqu'il a effectué la première partie du tronçon en excès de vitesse et qu'ainsi le ralentissement n'a aucun effet !

Figure 1: Le JT de France 2

Ensuite les élèves seront mis en position de recherche (individuelle puis en groupe). L'enseignant pourra s'appuyer sur une grille d'intervention (voir p. 2).

La principale difficulté pour l'enseignant sera de proposer une relance efficace pour des élèves qui utiliseraient une moyenne simple ou pondérée. En effet l'idée du calcul d'une *moyenne* est bien une bonne stratégie mais dans le cas présent c'est une moyenne *harmonique pondérée par les distances* qui entre en jeu ici (le lecteur intéressé est invité à poursuivre ses recherches sur ce sujet[1]). Bien sûr ce n'est pas cette stratégie qui est envisagée ici. On pourra plutôt s'attendre à observer l'une des deux stratégies suivantes :

Stratégie 1 :

- calcul de la durée nécessaire pour parcourir les 4 premiers kilomètres ;
- calcul de la durée nécessaire pour parcourir les 5 derniers kilomètres ;
- calcul de la distance totale, de la durée totale et enfin de la vitesse moyenne sur l'ensemble du tronçon.

---

1 Le lecteur pourra vérifier que c'est l'inverse de la vitesse moyenne qui est la moyenne arithmétique des inverses des vitesses !

Stratégie 2 :

Comparer la durée de 6 min dont l'automobiliste aurait besoin pour parcourir le tronçon à la vitesse de 90 km/h avec celle qu'il a effectivement utilisée. Attention, un raisonnement délicat est à mettre en œuvre ici : si l'automobiliste parcourt le tronçon **en moins** de 6 min c'est qu'il a parcouru le tronçon à une vitesse moyenne **supérieure** à 90 km/h.

L'enseignant pourra « laisser vivre » ces deux stratégies et pour cela, ne pas indiquer à la classe l'une ou l'autre des stratégies. Cela rendra le bilan plus intéressant !

Quelques pistes d'institutionnalisation :

- Vitesse instantanée et vitesse moyenne, sont des concepts qui ne sont pas propre aux mathématiques et intéressent d'autres disciplines, notamment les sciences physiques. Ce sera l'occasion de faire le lien avec le cours de Physique ;
- Rappel des relations entre vitesse, durée et distance et les moyens mnémotechniques pour se le remémorer (on pourra évoquer le triangle magique mais en montrer les limites) ;
- Montrer que l'on peut utiliser les unités dans les calculs, c'est-à-dire calculer sur des grandeurs et montrer ce que cela apporte ;
- Utilisation des unités pour montrer qu'une relation (du type $d \times v = t$) est fausse ;
- Montrer les deux stratégies de résolution ;
- Faire état d'une idée fausse résistante : le fait que l'idée de moyenne est systématiquement perçue comme devant être modélisée par une moyenne arithmétique, éventuellement pondérée. Dans ce contexte, comme dans bien d'autres où interviennent des vitesses, ce n'est pas vrai. Si l'on parcourt une distance à une vitesse v_1 puis la même distance à la vitesse v_2, la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours n'est pas la moyenne arithmétique des vitesses v_1 et v_2.

Extrait d'une grille d'intervention de l'enseignant

Déclencheur d'intervention	Intervention	Effets attendus, buts
Une moyenne simple est effectué pour calculer le vitesse moyenne sur le tronçon.	Pousser à un cas limite : 110 km/h sur 8,5 km et 60 km/h sur les 500 derniers mètres par exemple.	Questionner la notion de vitesse moyenne, remettre en cause l'idée qu'une vitesse moyenne est une moyenne arithmétique des vitesses.
Une moyenne pondérée est effectué pour calculer le vitesse moyenne sur le tronçon.	Proposer un cas avec des données simples : Un marcheur monte un col à 3 km/h pendant 6 km et redescend ce même chemin à une vitesse de 6 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur la totalité du trajet ?	Remettre en cause l'idée qu'une vitesse moyenne est une moyenne arithmétique pondérée des vitesses. Faire émerger que la durée du trajet et la distance parcourue permettent d'obtenir la vitesse moyenne.
Le calcul des durées intermédiaires t_1 et t_2 n'émerge pas.	Questionner : « Quelles sont les grandeurs en jeu ? » ou « Que suffit-il de connaître pour calculer une vitesse moyenne ? » ou encore « Peut-on calculer t_1 ? »	Enrôler vers une stratégie.
Calcul de « durées sans unité ». Par exemple : 5 ou 110 au lieu de 5 km et 110 km/h.	Questionner les élèves sur les grandeurs en jeu.	Inciter les élèves à calculer sur les grandeurs et non pas sur les nombres.

Production d'élèves

L'organisation et les choix des artefacts numériques sont déterminants pour le déroulement du scenario. L'usage de la calculatrice, par exemple, permet de lever des difficultés autour du calcul fractionnaire mais elle peut amener à une conclusion erronée à cause d'arrondis grossiers et/ou successifs. Ceci est illustré par la production d'un groupe d'élèves de 4ème (*Figure 2*). On peut noter que ce dernier a réalisé des arrondis et des troncatures. Leur résultat n'a pas permis de trancher.

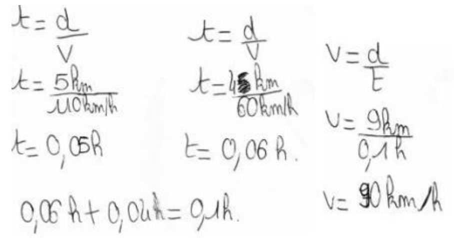


Figure 2: Une conclusion rendue impossible

Les élèves peuvent ne pas utiliser les formules et produire néanmoins des résultats (parfois arrondis) qui sont obtenus par des « raisonnement » mettant en jeu la proportionnalité (*Figure 3*).

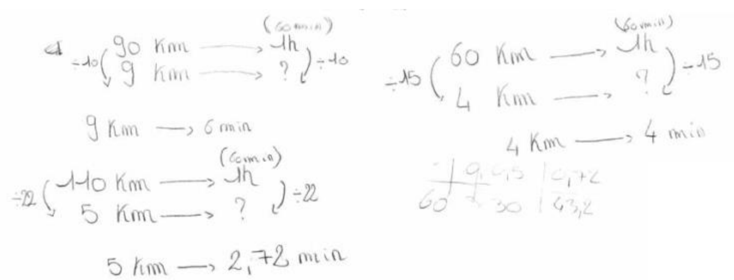


Figure 3: Utilisation de la proportionnalité entre d et t

Pour aller plus loin

Proposer le calcul de la vitesse maximale à laquelle on peut rouler pour ne pas être verbalisé.