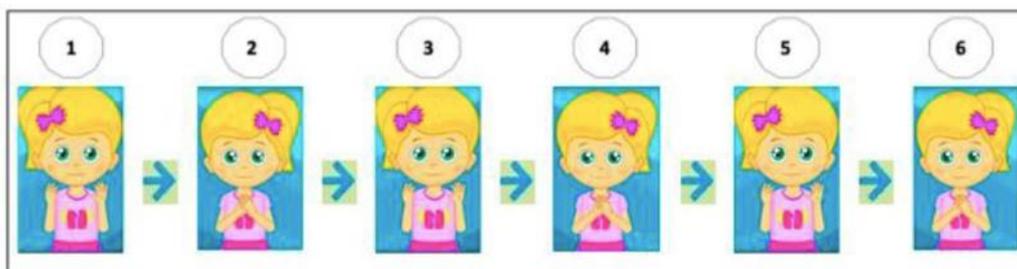


# Cahier de Lesson Study

Année 2022-2023

## « Clap-nombre »



### Co-écrit par :

Blandine Masselin et Frédéric Hartmann

### Avec le soutien

des RMC et enseignants participants à cette Lesson Study en 2022/2023,

*Gaëlle Cornu, Corinne Hervé, Delphine Beaudou, Véronique Villain, Frédéric Le Menez*

### L'équipe de formation-recherche :

Frédéric Hartmann, Référent Mathématique Académie de Normandie, Groupe « Activités-Lesson Study », IREM de Rouen,

Blandine Masselin, Référente Mathématique Académie de Normandie, Groupe « Activités-Lesson Study », IREM de Rouen, LDAR



<b>TABLE DES MATIERES.....</b>	<b>1</b>
<i>La situation.....</i>	2
<i>Choix d'un niveau de classe.....</i>	2
2. ANALYSE A PRIORI .....	3
<i>Objectifs .....</i>	3
<i>Grille d'analyse a priori .....</i>	3
3. DEROULEMENT DE LA SEANCE .....	4
<i>Déroulement envisagé .....</i>	4
<i>Objectifs de la séance.....</i>	4
<i>Énoncé.....</i>	4
<i>Matériel.....</i>	5
<i>Mode opératoire .....</i>	5
<i>Scénario prévu.....</i>	5
4. ANALYSE A POSTERIORI DU DEROULEMENT EFFECTIF.....	7
<i>Débriefing à chaud.....</i>	7
<i>Travaux des différents groupes d'élèves.....</i>	7
<i>Analyse a posteriori du scénario .....</i>	12
<i>Analyse a posteriori de la phase de bilan et d'institutionnalisation .....</i>	14
<i>Restructuration a posteriori de l'organisation du bilan et tableau .....</i>	14
5. GRILLE D'INTERVENTIONS POSSIBLES DE L'ENSEIGNANT.....	16
6. APPORTS DIDACTIQUES : LE MOT DE L'EQUIPE DE FORMATION-RECHERCHE.....	19
<i>Progression autour de la droite graduée de l'école au collège.....</i>	19
<i>La construction de la droite graduée, une nécessité.....</i>	19
<i>La question des automatismes autour de la notion de multiples en calcul mental.....</i>	23
<i>La question de la manipulation (active/passive) .....</i>	24
<i>Introduction progressive des réglettes Cuisenaire nécessaire .....</i>	24
7. CONCLUSION.....	25
REMERCIEMENTS .....	26
BIBLIOGRAPHIE ET SITOGRAPHIE.....	26
<i>Annexe 1 : Situation « Train-Bus » au Cycle 3.....</i>	28
<i>Annexe 2 : Compléments autour la mesure du temps .....</i>	28
<i>Annexe 3 : Matériel proposé aux élèves durant la leçon de recherche.....</i>	29
<i>Annexe 4 : D'autres productions autour du « Clap-nombre » .....</i>	29

## 1. Introduction

### La situation

La situation « Clap-nombre » répond à une recherche de problème atypique (au sens de Houdement (2017)) afin que les enseignants puissent faire vivre des Lesson Studies en constellations au cycle 2. Cette situation est le résultat d'une réflexion de la part des formateurs qui est partie de la situation appelée « train-bus » (annexe 1) tout en recherchant une adaptation pour le cycle 2. Si la situation « train-bus » permet, au cycle 3, un travail simultané sur des grandeurs de type durées et les nombres et le concept de multiple, une présentation est donnée en annexe 1 et différentes versions sont décrites sur le site de l'IREM de Rouen en suivant [ce lien](#).

Le germe de situation « clap-nombre » (fig. 1) proposé initialement au collectif d'enseignants et adaptable par ceux-ci montre la présence d'une juxtaposition de vignettes mimant successivement les gestes effectués pour le clap-nombre 2. Ce choix assumé permet d'engager une discussion avec les enseignants sur la façon de faire entrer les élèves dans cette situation.

**Le clap-nombre**

Deux groupes d'élèves jouent au jeu du clap-nombre. Le clap-nombre du groupe A est 3, celui du groupe B est 4.

- Réussiront-ils à frapper dans leurs mains tous ensemble ?
- Est-ce que ça n'arrivera qu'une seule fois ?

Le jeu du clap-nombre consiste à choisir un « clap-nombre » et à frapper dans ses mains selon le clap-nombre choisi.

Voici ce qui se passe avec un clap-nombre égal à 2.



*Fig. 1 : Germe de situation « Clap-nombre » (LS, 2022)  
inspiré d'un manuel japonais (visage masqué) (Gakko Toshō, 2017)*

La situation vise un travail sur les nombres autour d'une succession de motifs rythmiques. Un des principaux enjeux, qui relève aussi d'une difficulté décelée *a priori*, est la mathématisation d'une situation rythmique, que les élèves peuvent vivre physiquement. Le travail se traduira alors par une variété de représentations des nombres, des plus matérielles à des représentations plus abstraites de façon à dépasser les constatations que permet l'expérimentation immédiate.

### Choix d'un niveau de classe

Au cycle 2 : si la situation peut aussi s'envisager dans un autre cycle, nous précisons des éléments du programme concernant certains concepts en CE1-CE2.

Cette situation vise un travail sur des additions itérées, la notion de multiples d'un nombre entier, de multiples communs. Elle peut constituer une première approche pour étudier un pattern (ou motif) incarné par des rythmes.

## 2. Analyse *a priori*

### Objectifs

Cette première analyse *a priori* du germe de situation permet au collectif d'enseignants, après mise en commun d'une solution, de repérer les connaissances qu'elle met en jeu, la dimension liée à la question de la modélisation, la place dans la(les) progression(s), la dimension TICE ou matérielle, les démarches possibles des élèves, leurs difficultés ou erreurs possibles.

### Grille d'analyse *a priori*

Avant de préparer collectivement une séance de classe, les enseignants ont dégagé collectivement des objectifs et des éléments d'analyse *a priori* de la situation « Clap-nombre » en suivant une grille d'amorce (fig. 2) comportant six rubriques. Nous précisons au lecteur que celle des « démarches possibles des élèves » englobe des démarches justes ou erronées.

<b>Connaissances maths en jeu</b>	<p>Multiples Plus petit multiple commun Droite numérique Frise numérique</p>
<b>Dimension vie quotidienne (aspect modélisation)</b>	<p>Position particulière des élèves musiciens Possibilité de jouer en vrai Possibilité de s'appuyer sur des enregistrements</p>
<b>Place dans la(les) progression(s)</b>	<i>Non rempli initialement</i>
<b>Dimension TICE ou matérielle</b>	<p>Enregistrements sonores Boite à rythme Lego, cubes (droite graduée) Pastilles, jetons (frise numérique) Droite graduée vierge suffisamment longue pour pouvoir y déposer des jetons et aller jusqu'à 12</p>
<b>Démarches possibles des élèves</b>	<p>Droite graduée avec « bonds » Bâtons entourés Frise numérique avec nombres entourés Dessin des mains Utilisation d'un quadrillage Comparaison 1-2-1-2-1-2-1-2 et 1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2-3-</p>
<b>Difficultés et erreurs possibles</b>	<p>Problème des départs non simultanés Démarrage à 0 ou à 1 ? Les CP et CE1, qui peuvent compter de 2 en 2 ou de 3 en 3, en s'appuyant sur le nom des nombres, pourraient alors résoudre la tâche sans en comprendre les enjeux mathématiques. Confusion intervalle et nombre</p>

Fig. 2 : grille d'amorce d'analyse *a priori*, lieu, LS « Clap-nombre », octobre 2022

### 3. Déroulement de la séance

#### Déroulement envisagé

Voici une version intermédiaire (fig.3) de l'énoncé adapté par le collectif :

Deux groupes d'élèves jouent au jeu du Clap-Nombre. Le clap-nombre du groupe A est 3, celui du groupe B est 4.  
Réussiront-ils à frapper dans leurs mains tous ensemble ? Est-ce que ça n'arrivera qu'une seule fois ?  
Le jeu du clap-nombre consiste à choisir un "clap-nombre" et à frapper dans ses mains selon le clap-nombre choisi.  
Voici ce qui se passe avec un clap-nombre égal à 2.



Fig. 3 : Évolution de l'énoncé par le collectif, novembre 2022, Pont l'Évêque

Pour le collectif, l'image a pour but de faire comprendre le Clap-Nombre tout comme un enregistrement vidéo d'élèves jouant au clap-nombre égal à 2 et qui « commence à 0 ». Beaucoup de pistes ont été envisagées (puis abandonnées) comme l'emploi d'une boîte à rythme. Elles sont exposées en annexe 2.

#### Objectifs de la séance

- Travailler les multiples de 2, 3, 4 et 5 en CE1 et les multiples de 2 et 5 en CP
- En termes de résolution de problème : s'engager dans une démarche de mathématisation
- Rencontrer différentes représentations des nombres entiers naturels.
- Montrer un obstacle de la représentation des nombres sous forme d'une frise numérique
- Différencier intervalles et graduations
- Pour aller plus loin : notion de multiples communs
- Mise en œuvre des tables de multiplication de 3 et 4 en résolution de problème dans une situation nouvelle.

#### Énoncé

Concernant les variables didactiques, les nombres considérés (2, 3 et 4) ont été conservés. Par contre, la présence de la comptine numérique au-dessus des têtes de la fille sur les images successives a été discutée sans être tranchée.

La phrase suivante « *Le jeu du clap-nombre consiste à choisir un "clap-nombre" et à frapper dans ses mains selon le clap-nombre choisi.* » remplace la suivante : « *Le jeu du clap-nombre consiste à choisir un nombre et à frapper dans ses mains selon le nombre choisi.* », car elle semblait plus claire au collectif.

Les enseignants ont souhaité réaliser, en amont de la séance, une vidéo d'élèves d'une section musique d'une école afin de pouvoir présenter le principe du « clap-nombre » aux élèves.

Malgré des intentions déclarées de modifier l'énoncé initial (fig. 3), les enseignants ont donné l'énoncé initial, le jour de la leçon de recherche (fig.1, p.2).

#### Matériel

- Des feuilles blanches
- Du papier quadrillé
- Des jetons, mais en quantité limitée pour ne pas aller jusqu'à 12 (premier multiple commun de 3 et 4)

Prévoir une vidéo d'une classe orchestre CP qui montre le clap-nombre 2. Dans cette vidéo, les nombres 1, 2, 3, ...,12 apparaîtront. Le collectif a exploré comme autre choix l'usage d'une boîte à rythme (voir annexe 2) puis l'a écarté.

#### Mode opératoire

Il est prévu de mettre les élèves par groupes de 4 afin de leur permettre de s'organiser lors de l'expérimentation « en vrai » du jeu en deux sous-collectifs A et B.

#### Scénario prévu

##### **Phase 1 : (5 min) Comprendre la règle du Clap-Nombre.**

L'enseignant « *On va regarder une courte vidéo, soyez attentifs, on va la montrer deux fois.* »

- Montrer la vidéo et distribuer les énoncés papier.
- Lecture à haute voix par l'enseignant.
- Donner la parole à un élève pour qu'il dise ce qu'il a compris de la règle du jeu avec le clap-nombre 2.

##### **Phase 2 : (10-15min) Phase de recherche en groupe de quatre élèves, avec la possibilité de revenir en plénière si besoin (décalage entre groupes).**

L'enseignant dit la consigne : *“Vous avez un support pour donner votre réponse à ce problème. Votre réponse et quelques écritures plus mathématiques, avec des nombres, des opérations »*

- ◆ Laisser la possibilité de tester « en vrai ».
- ◆ L'idée est de panacher différents supports parmi :
  - une feuille blanche
  - une feuille quadrillée. *Finalement, elle ne sera pas donnée car jugée trop éloignée des pratiques des CP*
  - une droite graduée : 11 graduations y sont présentes avec un écart entre deux unités de 2,5 cm sans présence de nombre. Laisser les groupes choisir combien ils prennent de droites graduées (une ou deux)
  - un tableau à deux lignes

Le matériel :

- Des réglettes Cuisenaire de longueur 1, 3 et 4.
- Des Lego

*Pause des élèves (récréation)*

*Pendant ce temps, le collectif sélectionne certaines productions des groupes (visualiseur dans la salle)*

**Phase 3 : (15 min) Bilan et institutionnalisation**

**Temps 1 :**

Montrer quelques productions significatives. Faire verbaliser les élèves du groupe.  
Faire réagir les élèves de la classe.  
Invalidier quelques résultats faux.

**Temps 2 :**

Avoir un document qui rassemble différentes représentations parmi celles des élèves et d'autres (frise, tableau, droite graduée avec des « sauts », diagramme de Venn) et questionner la classe sur leur pertinence.

En fonction des productions des élèves, l'enseignant prendra appui sur :

- o une droite graduée et des « bonds »
- o un diagramme (ou schéma) en barre
- o des décompositions :

$$12 = 3 + 3 + 3 + 3 = 4 + 4 + 4$$

$$24 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

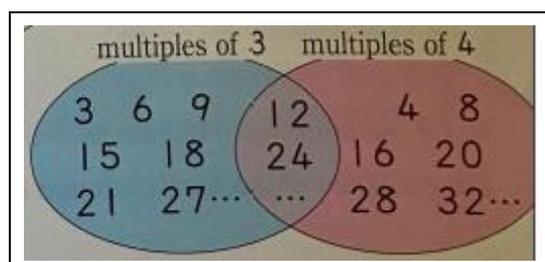
La trace écrite (fig. 4) au tableau est anticipée avant la séance de classe et son contenu est fixé ainsi :

Clap-nombre 3 : Le groupe clappe sur les multiples de 3 : 0, 3, 6, ...  
Clap-nombre 4 : Le groupe clappe sur les multiples de 4 : 0, 4, 8, ...  
 $3 \times 4 = 12$ . Le nombre 12 est un multiple de 3. C'est aussi un multiple de 4.  
Les groupes clapperont ensemble sur le nombre 12 et ses multiples : 12, 24, 36, ...

*Fig. 4 : Trace écrite prévue pour les élèves.*

**Remarques des facilitateurs de la LS :**

Un diagramme de Venn (fig. 5) issu d'un manuel japonais (Mathematics for Elementary School, 5<sup>th</sup>, Gakko Toshō, 2017) dont s'inspire la situation est partagé aux enseignants du collectif lors de la préparation de la leçon de recherche. Mais le collectif juge cette représentation trop abstraite.



*Fig. 5 : Extrait du manuel japonais Gakko Toshō (p.103)*

Ce diagramme suscite alors plusieurs questions.

- Comment rendre cette représentation abordable ? L'idée serait de dessiner deux ensembles au tableau et avoir des étiquettes nombres à placer par les élèves.
- Peut-on aller jusqu'à évoquer la notion de multiples communs ?

#### 4. Analyse *a posteriori* du déroulement effectif

##### Débriefing à chaud

Le temps nécessaire à la prise en main du clap-nombre a été plus long que prévu, d'autant que la vidéo projetée aux élèves s'est révélée insuffisante pour leur compréhension de la situation. Tous les élèves ont ressenti la nécessité de tester en vrai le clap-nombre. Étant par groupe de 4 élèves, en phase 2, ils se sont naturellement mis à réaliser les clap-nombre 3 et 4 par binôme. Certains se sont levés pour réaliser des pas et claper dans leurs mains, ce que le collectif avait également imaginé. Cela n'a rien d'évident et mérite d'être repensé de façon à ce que les élèves puissent, d'une façon ou d'une autre, s'approprier cette situation : il y a nécessité du jeu physique afin de comprendre le sens des nombres en jeu et les relations qu'ils entretiennent.

##### Travaux des différents groupes d'élèves

Voici un panorama des productions de l'ensemble des travaux des six groupes d'élèves rassemblés par trois ou quatre.

##### Groupe 1 :

Le groupe n'a pas compris le principe du clap-nombre malgré la vidéo montrée. L'enseignante intervient pour réexpliquer le « clap-nombre 2 » au sein du groupe. L'enseignante propose alors au groupe une feuille avec deux demi-droites graduées d'origines alignées sur un même support papier et des jetons de deux couleurs distinctes. Les élèves partent de ces origines malgré l'absence de nombres et positionnent des jetons dessus tous les 3 temps et tous les quatre temps (fig. 6).

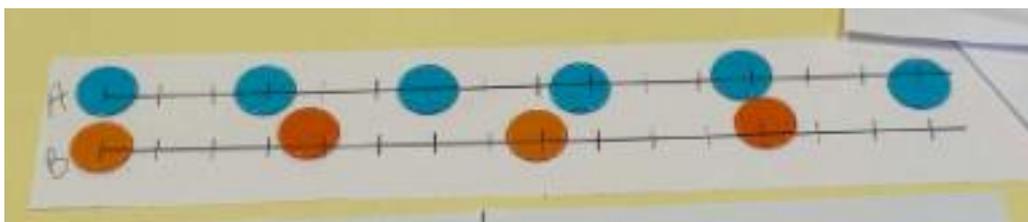
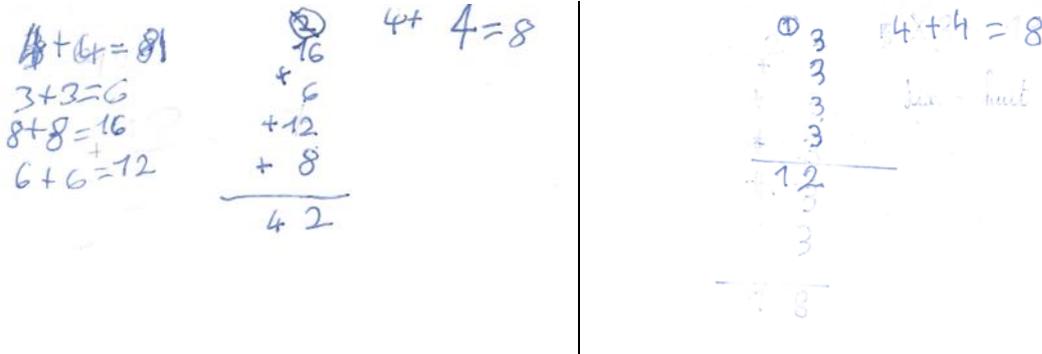


Fig. 6 : Production du groupe 1 avec deux demi-droites graduées

*Groupe 2 :*

Les élèves jouent deux par deux respectivement au clap-nombre 3 et 4. Deux élèves produisent des premiers calculs identiques : ils effectuent des additions itérées de deux 4, deux 3, deux 8 et deux 6, explorant les premières sommes obtenues (figure 7a). Puis ils additionnent les sommes et trouvent 42 sans affecter de sens à ce nombre.



*Figure 7a et 7b : additions itérées produites*

Un autre élève pose en colonne  $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$  (figure 7b) et trouve 18, puis il efface deux termes 3 de cette opération et trouve 12 ensuite (somme de  $3 + 3 + 3 + 3$ ). Il ajoute  $4 + 4$  et trouve 8. Sa production témoigne d'une première tentative de solution (18).

L'enseignante expérimentatrice intervient alors dans le groupe et distribue deux droites graduées sur deux feuilles distinctes (fig. 8) et des jetons de deux couleurs différentes (verte et rouge).



*Fig. 8 : Chaque clap-nombre possède initialement sa droite graduée associée*

Les élèves travaillent deux par deux, ils réussissent à employer le matériel pour chaque clap-nombre (clap 3 et clap 4). Quand l'enseignante intervient dans le groupe et retire une droite graduée (pour n'en faire utiliser qu'une seule par le groupe), elle imagine alors susciter une superposition de jetons. En réalité, les élèves créent systématiquement un décalage (fig. 9) d'une unité entre le départ du clap-nombre 3 par rapport à celui du clap-nombre 4, ne souhaitant pas mettre deux jetons de couleurs distinctes l'un sur l'autre.

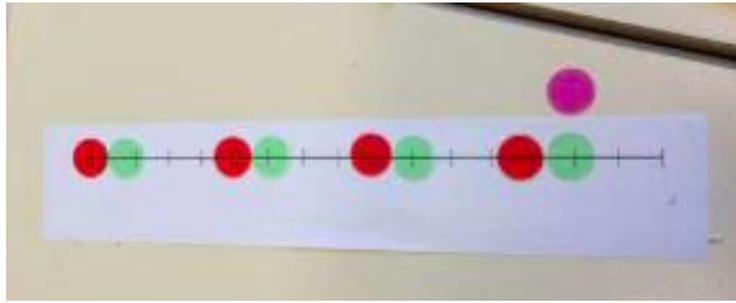


Fig. 9 : Jetons positionnés sur l'unique droite graduée

**Groupe 3 :**

Au départ, un premier élève du groupe dessine deux personnages en lien avec l'énoncé avec des mains ouvertes puis rejointes (fig. 10), ajoutant 1 et 2 au-dessus de leur tête (clap-nombre 2 initial). Il fait évoluer son dessin et réalise une représentation du clap-nombre 3 cette fois en ligne en inscrivant la comptine numérique 1 2 3 4 5 6 7 8 9 où elle a remplacé 3, 6 et 9 par le mot « CLAP ».

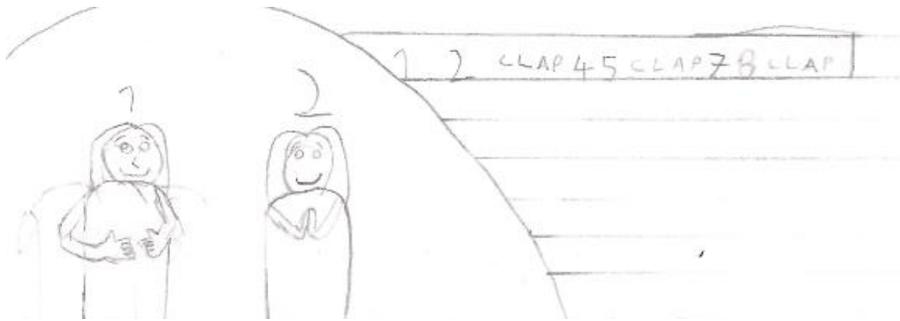


Fig. 10 : Production initiale de l'élève

Un second élève du groupe écrit assez rapidement sur sa feuille la réponse suivante : « Non, car le groupe « 4 » aura 1 clap de plus que le groupe « 3 » ».

L'enseignante apporte alors des tableaux à double entrée aux cases vides. Naturellement, les trois élèves positionnent des croix (X) et des ronds (O) de leur propre initiative (fig. 11). Les trois élèves ne communiquent pas entre eux et remplissent chacun leur tableau.

Élève 1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	Groupe A	O	O	X	O	O	X	O	O	X	O	O	X	O	O
	Groupe B	O	O	O	X	O	X	O	X	O	O	O	X	X	O

Élève 2		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Groupe A	O	X	O	X	O	X	O	X	O	X	O
	Groupe B	O	O	X	X	O	X	O	O	X	O	O

Élève 3		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Groupe A	O	O	X	O	O	X	O	O	X	O	O	X
	Groupe B	O	O	X	O	O	X	O	O	X	O	O	X

Fig. 11 : Trois tableaux réalisés dans le groupe 3

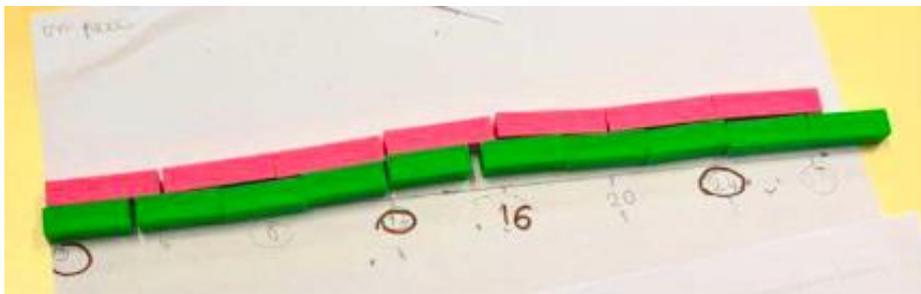
Le premier tableau est pertinent : la double croix dans la colonne 12 montre que les deux groupes A et B clappent pour la première fois en même temps sur 12. Le second tableau affecte des croix au groupe A en considérant un « clap-nombre 2 » et au groupe B un « clap-nombre 3 », le premier clap simultané se trouve en 6. L'élève n'a pas respecté la règle du

« clap-nombre 4 » pour le second groupe. Le troisième élève fait faire le « clap-nombre 3 » aux deux groupes donc tous les claps sont simultanés.

#### *Groupe 4 :*

L'enseignante introduit des réglettes Cuisenaire. Les élèves s'en emparent avec difficulté. La réglette unité permet aux élèves qui, pour la première fois utilisent ce matériel, de repérer les réglettes 3 et 4. Ils commencent par juxtaposer 3 réglettes blanches unités sous une réglette verte (correspondant à 3 unités) et respectivement 4 réglettes unités pour la réglette rose (4 unités).

L'enseignante demande ensuite au groupe de réaliser une représentation sur une feuille blanche et indique de prendre comme origine le bord de la feuille. Les élèves ont encore les réglettes à ce moment précis. Ils les utilisent verticalement, l'enseignante intervient et introduit le tracé d'une demi-droite sous les réglettes vertes alignées horizontalement avec les réglettes roses (fig.12).



*Fig. 12 : Production initiale*

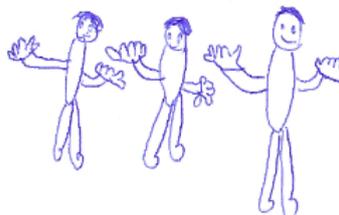
L'enseignante propose ensuite au groupe d'indiquer des nombres pour graduer la droite et fait entourer les nombres qui coïncident au niveau des séparations verticales des barres juxtaposées. Ils entourent alors 0, 12 et 24 comme nombre de claps simultanés (fig. 13)



*Fig. 13 : Complément sur la production initiale*

#### *Groupe 5 :*

Au départ tous les élèves du groupe dessinent des personnages (fig. 14).



*Fig. 14 : Production initiale d'un des élèves*

L'enseignante opère rapidement une régulation et indique que l'enjeu de la situation n'est pas de dessiner des personnages. Elle propose au groupe du matériel et leur apporte des petits cubes jaunes et des bleus.

Le groupe construit deux tours posées à plat sur leur table : la couleur jaune sert pour le clap-nombre 3, la bleue pour le clap-nombre 4 (fig. 15). Il matérialise le bruit du clap en mettant en évidence une face trouée.

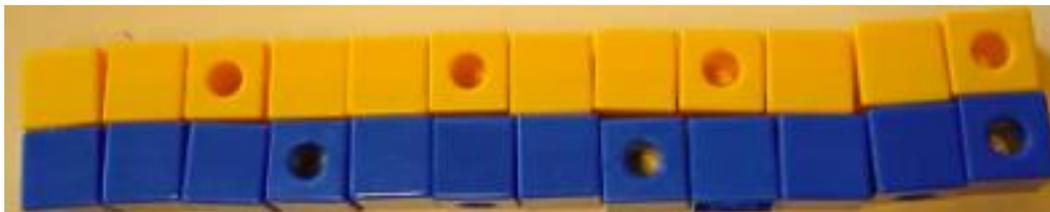


Fig. 15 : Production des deux tours

Le groupe marque ensuite deux expressions sur sa feuille de groupe (fig. 16) :

au bout de 4 fois le 3  
 au bout de 3 fois pour le 4

Fig. 16 : Réponse collective du groupe

Remarquons que la production du groupe, composée de leur construction et des phrases de bilan permet d'illustrer que «  $3 \times 4$  c'est aussi  $4 \times 3$  et cela vaut 12 ». Elle sera montrée lors du bilan à la classe avec le visualiseur pour montrer en acte la commutativité de la multiplication.

#### Groupe 6 :

Le groupe a obtenu des tableaux assez rapidement. Les élèves ont choisi X comme signe s'il y a un bruit de clap et O sinon. Les élèves ont pris l'initiative de prolonger le tableau, et sont allés jusqu'à la seconde question en trouvant 12 et 24 (fig. 17).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Groupe A	O	O	X	O	O	X	O	O	X	O	O	X	O	O
Groupe B	O	O	O	X	O	O	O	X	O	O	O	X	O	O

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
X	O	O	X	O	O	X	O	O	X	O
O	X	O	O	O	X	O	O	O	X	O

Où c'est possible  
 se passe parfois plusieurs fois

Fig. 17 : Réponse collective du groupe

Le groupe a trouvé plusieurs multiples communs tout en s'emparant rapidement du tableau.

Le lecteur pourra également trouver d'autres représentations issues d'élèves de CP en annexe 4.

## Analyse *a posteriori* du scénario

### **Phase 1 :**

Lors de cette phase, la vidéo montrée deux fois n'a pas suffi à faire entrer certains élèves dans la compréhension du clap-nombre. Devant cette difficulté, l'enseignante-expérimentatrice a tenté de refaire vivre en direct à la classe le clap-nombre mais elle s'est retrouvée en difficulté en l'absence d'une base rythmique sur laquelle s'appuyer pour ensuite faire verbaliser les élèves (pas de métronome).

Dans l'énoncé, les images successives de la fillette jouant au clap-nombre et le nombre choisi (ici 2) peuvent induire des idées fausses chez les élèves : ils peuvent associer le nombre à la position des mains (écartées ou non). Un des enjeux de cette situation est d'associer rythme et mouvement. Quoi de mieux qu'une vidéo<sup>1</sup> pour cela. Des fichiers correspondant aux différents supports proposés aux élèves y sont également accessibles.

*A posteriori*, on peut se demander si le choix du clap-nombre 2 illustré par la vidéo est le plus opportun car il présente une alternance régulière entre clap et non-clap ?

### **Phase 2 :**

Cette phase a été relativement longue.

Lors de l'expérimentation, nous avons volontairement souhaité varier à la fois le type de matériel proposé aux différents groupes et les supports de représentation. Certains groupes disposaient de deux puis d'une seule droite graduée et de jetons de deux couleurs distinctes, d'autres avaient chacun un tableau à double entrée (avec des nombres entiers déjà présents allant de 1 à 11), ou encore des réglettes Cuisenaire. L'apport d'un type de matériel a influencé les élèves avec des usages et difficultés non appréhendées par le collectif.

#### **La droite graduée**

C'était la première fois que les élèves du groupe utilisaient une droite graduée (sans nombre présent). Deux enjeux distincts sont apparus concernant l'origine et le pas de graduation :

- Celui de l'origine unique à considérer pour pouvoir répondre au problème sur une seule demi-droite.
- Celui de l'alignement des deux origines quand les élèves recevaient deux demi-droites séparées.
- L'affection d'un nombre à la première graduation (0) sachant qu'avec un métronome, on compte 1 au départ.
- Le pas (de 1) séparant deux graduations.

#### **Les jetons de deux couleurs**

- La possibilité de juxtaposer des jetons de différentes couleurs les uns sur les autres a posé problème (certains élèves s'interdisent de les superposer comme dans le groupe 2) d'où une intervention de l'enseignant à prévoir.
- Les jetons servent à matérialiser le jeu. Ils n'ont pas fait émerger les nombres. Une étape supplémentaire est à prévoir dans la mathématisation. Peut-être

---

<sup>1</sup> Le lecteur trouvera celle ([lien](#)) mise à disposition sur le site de l'IREM de Rouen. réalisée par M. Chevalier, membre actif de l'IREM, remercié pour cette contribution.

qu'une évolution vers des étiquettes de nombres en plus les jetons aurait été pertinent.

### Les réglettes Cuisenaire

- La présence de réglettes unités blanches a été précieux pour que le groupe identifie, par manipulation, les nombres représentés par les longueurs des réglettes roses et vertes (respectivement 3 et 4).
- L'utilisation des réglettes nécessite un apprentissage progressif et varié en amont de la situation. Les élèves, confrontés ici pour la première fois à ce type de matériel, l'ont naturellement utilisé verticalement (comme un signal sonore de radio).
- L'emploi de ces barres pose tout de même la question d'une représentation avec longueurs de nombres discrets (passage du discret au continu) qui peut faire obstacle.

### Le tableau

- Le tableau n'a pas posé de problème dans son codage. Les élèves ont utilisé un codage leur semblant naturel pour signifier les « claps » : X et O pour indiquer s'il y avait un « clap » ou pas.
- Il semble avoir été assez aidant, comparativement à l'emploi d'autre matériel.

### Phases 3 (15 25 min)

Le collectif a structuré la phase de bilan en prenant appui sur des productions variées. Ceci s'est déroulé en quatre étapes et a nécessité plus de temps que prévu initialement.

1. La photo de la construction avec des cubes jaunes et bleus (fig. 15) est partagée à la classe entière ainsi que leur réponse menant à l'écriture de l'égalité  $3 \times 4 = 4 \times 3$  écrite sous forme d'addition (voir fig. 19)
2. La présentation d'un tableau (élève 2, groupe 3, fig. 18) par l'élève qui explicite son choix de symboles (X et O) suivi de l'invalidation de ses résultats par d'autres élèves de la classe.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
GRAPPE A	O	X	O	X	O	X	O	X	O	X	O
GRAPPE B	O	O	X	O	O	X	O	O	X	O	O

Fig. 18 : projection du tableau issu du groupe 3 (élève 2)

3. Le remplissage valide et collectif d'un tableau à double entrée avec le codage précédent tout en le complétant (ajout de colonnes). Les élèves ont alors le même tableau vierge à compléter sur leur table.
4. Deux droites graduées, correspondant chacune à un groupe (A et B), sont complétées au regard des éléments trouvés dans le tableau auparavant. Tous les nombres ne sont pas mentionnés (fig. 19), par exemple, seuls les multiples de 4 figurent sur la seconde droite graduée.

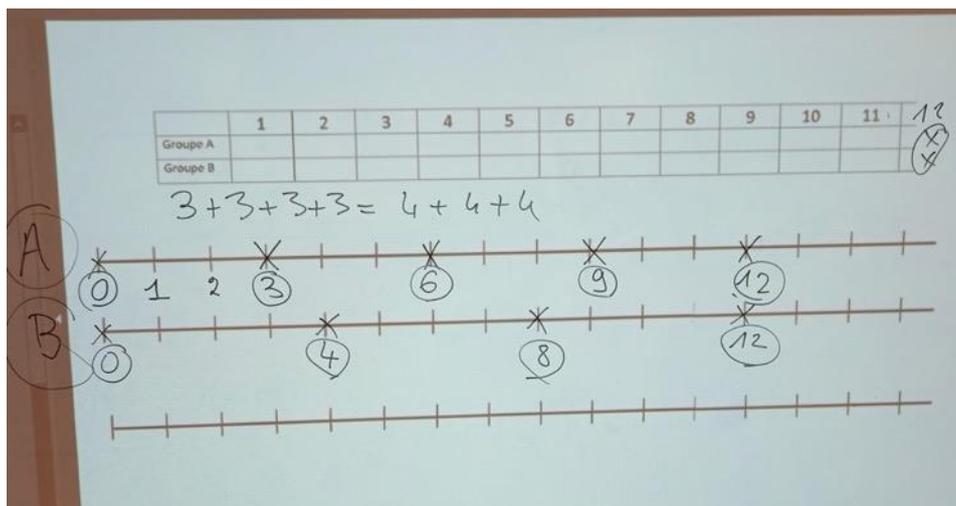


Fig. 19 : Photo intermédiaire du tableau de la classe

Le lecteur retrouvera également les supports distribués aux élèves durant le travail de groupe ou lors de la phase de bilan en annexe 3.

#### Analyse a posteriori de la phase de bilan et d'institutionnalisation

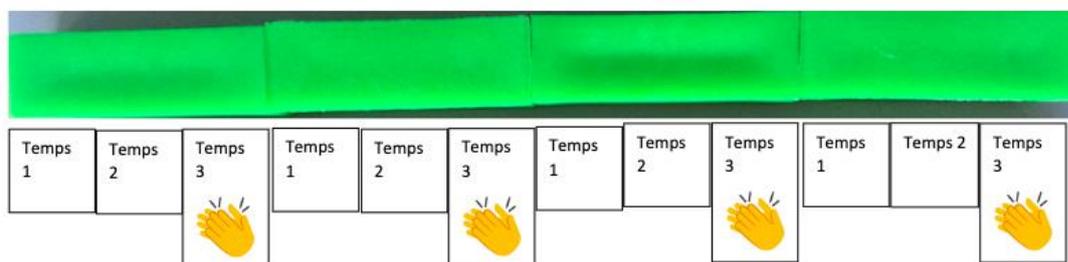
L'objectif de l'organisation de cette phase est d'enrichir les productions des élèves et de mettre en lumière certains résultats ou certaines méthodes. Pour cela, il est nécessaire de partir de certains travaux des groupes d'élèves.

#### Restructuration a posteriori de l'organisation du bilan et tableau

Nous proposons différents choix d'institutionnalisation possibles dans cette section. Certaines d'entre elles reposent sur la symbolisation du jeu en termes de « temps ». Cette symbolisation n'a rien d'évident et devra être introduite au cours des échanges avec la classe dans la phase de compréhension du jeu.

#### Première possibilité :

Le groupe A tape dans ses mains tous les 3 temps.



Le groupe B tape dans ses mains tous les 4 temps.



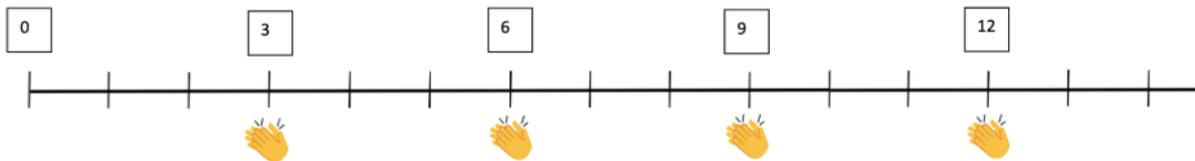
La trace écrite serait :

Le groupe A et le groupe B taperont ensemble quand le groupe A aura fait 4 groupes de 3 temps ( $4 \times 3$ ) et quand le groupe B aura fait 3 groupes de 4 temps ( $3 \times 4$ )  
 $(4 \times 3) = (3 \times 4) = 12$

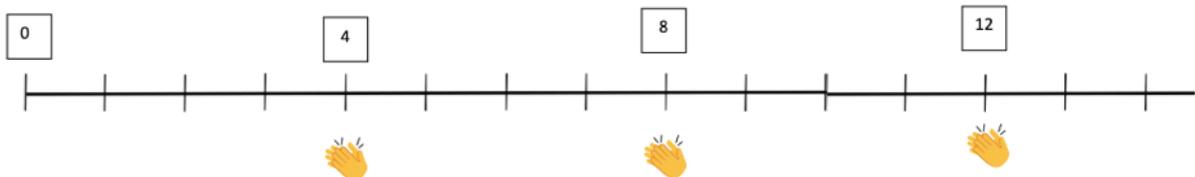
*Seconde possibilité :*

Ici, la symbolisation en termes de « temps » se transforme en « sauts ». C'est une formulation nouvelle qui n'est sans doute pas immédiate à comprendre pour des élèves de cycle 2.

Le groupe A tape dans ses mains tous les 3 temps. On peut représenter cela sous forme de 3 sauts.



Le groupe B tape dans ses mains tous les 4 temps. A nouveau, l'enseignant s'appuie sur une représentation sous forme de 4 sauts.



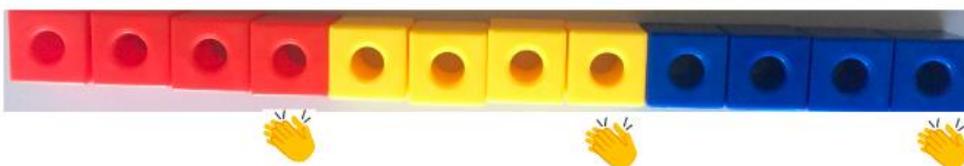
Le groupe A et le groupe B taperont ensemble quand le groupe A aura fait 4 groupes de 3 temps/sauts ( $4 \times 3$ ) et quand le groupe B aura fait 3 groupes de 4 temps/ sauts ( $3 \times 4$ ).  
 $(4 \times 3) = (3 \times 4) = 12$

*Troisième possibilité :*

Le groupe A tape dans ses mains tous les 3 temps (tous les trois cubes).



Le groupe B tape dans ses mains tous les 4 temps (tous les quatre cubes).



Le groupe A et le groupe B taperont ensemble quand le groupe A aura fait 4 groupes de 3 temps/cubes ( $4 \times 3$ ) et quand le groupe B aura fait 3 groupes de 4 temps/cubes ( $3 \times 4$ ).  
 $(4 \times 3) = (3 \times 4) = 12$

#### Quatrième possibilité :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Groupe A	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Groupe B	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Le groupe A tape dans ses mains tous les trois temps (toutes les 3 croix).

Le groupe B tape dans ses mains tous les quatre temps (toutes les 4 croix).

Le groupe A et le groupe B taperont ensemble quand le groupe A aura fait 4 groupes de 3 temps/croix ( $4 \times 3$ ) et quand le groupe B aura fait 3 groupes de 4 temps/croix ( $3 \times 4$ ).  
 $(4 \times 3) = (3 \times 4) = 12$

#### 5. Grille d'Interventions possibles de l'enseignant

La grille suivante présente des interventions de l'enseignant prévues avant la séance (en noir) ainsi que d'autres interventions pensées a posteriori (en bleu).

Déclencheur d'intervention	Interventions de l'enseignant	Effets attendus, buts
L'élève utilise une stratégie avec des listes de type : 1-2-3-4-1-2-3-4- et 1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2-3- qui n'ont pas de départ commun	Proposer une structure sous la forme d'un tableau avec 2 lignes Clap-nombre 3/Clap-nombre 4. Groupe A et B.  Proposer une demi-droite graduée avec la présence de la suite des entiers jusque 21	Aider à la structuration d'une représentation  Dépasser une procédure itérative basée sur des motifs de type 1-2-3-4 par la présence d'entiers supérieurs à 4
Des élèves trouvent rapidement la réponse 12	Est-ce que ça va se reproduire, et comment ça ? Proposer de poursuivre et de dire " <i>Est-ce que ça n'arrivera qu'une seule fois ?</i> " Proposer clap-nombre 4 pour le groupe A et clap-nombre 5 pour le groupe B. Puis le 4 et le 6 en attendant plusieurs solutions.	Maintenir les élèves les plus rapides en recherche, gérer l'hétérogénéité des élèves
Les élèves ne savent pas quoi faire de la feuille quadrillée	Les cases vont vous permettre de repérer les claps : à chaque clap vous pouvez mettre un signe.	Induire une utilisation du matériel
Les élèves ne savent pas quoi faire des cubes.	Essayez de les grouper par 3 ou par 4 pour représenter les claps	Induire une utilisation du matériel
Le segment représentant une droite graduée est trop court.	En proposer d'autres plus longs pour les élèves.	Leur permettre de rechercher d'autres multiples communs à 3 et 4 pour les plus rapides (outil de différenciation).
Les élèves décalent les jetons sur la droite graduée car s'interdisent de les superposer.	Vous avez le droit de mettre des jetons de différentes couleurs les uns sur les autres	Débloquer la situation et éviter que les élèves changent d'origine de la demi-droite graduée pour chaque clap-nombre.

<p>Le tableau ne contient pas assez de cases</p>	<p>En proposer d'autres plus grands (plus de cases)</p> <p>Donner une droite graduée (commençant à 10 avec un pas de 1) à compléter.</p>	<p>Leur permettre de rechercher d'autres multiples communs à 3 et 4 pour les plus rapides (outil de différenciation)</p> <p>Leur faire appréhender différents types de représentations sémiotiques</p>
--	--	--

## 6. Apports didactiques : le mot de l'équipe de formation-recherche

La section suivante permet un retour sur les questions soulevées par « Clap-nombre » lors de la Lesson Study. Elle précise des enjeux autour de l'enseignement de la droite graduée (avec des pistes de situations ou jeux). Nous envisagerons des automatismes en lien avec la notion de multiples et de droite graduée, puis nous reviendrons sur la question de la manipulation sous la double focale (active VS passive) et apporterons un éclairage sur l'usage des réglettes Cuisenaire.

### *Progression autour de la droite graduée de l'école au collège*

S'il apparaît nécessaire de travailler le concept de droite graduée en appui à la construction du nombre, une note du CSEN (10-2023) précise également que « l'étude des motifs conduit les enfants à se forger des abstractions numériques et géométriques qu'ils peuvent transposer d'un domaine à l'autre ». Il prend en exemple un même motif représenté sous deux modalités (fig. 20) :

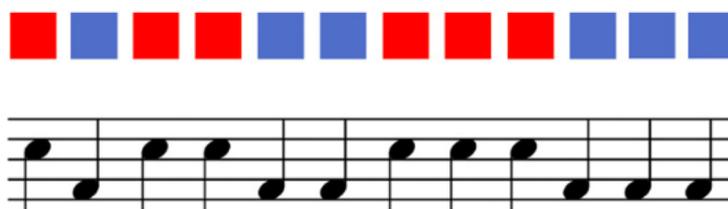


Figure 3. Motif suivant la même règle mais représenté sous deux modalités différentes : visuelle et auditive.

Fig. 20 : Extrait (fig. 3) de la note du CSEN, 10-2023

Repérer des analogies entre ces deux motifs (suite de carrés colorés et suite de notes de musique) permet de travailler en particulier les propriétés abstraites des nombres, des règles et notations écrites. Ce rapport préconise un emploi plus systématique d'usage de ces motifs mathématiques dès la maternelle et au début du primaire.

Nous apportons par la suite des pistes d'éléments d'introduction et de consolidation entourant la situation clap-nombre et ce, à plusieurs niveaux d'enseignement. Il s'agit de jeux proposés dans les brochures de l'APMEP ou d'autres situations comme celle de la corde à linge, du jeu des plots ou encore de spirales des nombres (ERMEL).

La construction de la droite graduée, une nécessité.

### *À partir de cubes*

Elle nécessite une progression en lien avec les longueurs. Nous recommandons au lecteur la progression proposée à partir de cubes graduations et allant vers la construction de la droite graduée (<https://maths.circo25.ac-besancon.fr/b2-droite-graduee/>).

### *Situation de la corde à linge et le jeu des plots*

Issue des travaux de Shore (2018) dans son livre « *Clothesline Math : The Master Number Sense Maker* », la corde à linge mathématique (fig. 21) est une ligne de nombres manipulables qui facilite les échanges et la verbalisation lors des séances de classe sur la construction du nombre. Ce matériel est dynamique, ce qui signifie que les nombres peuvent être ajustés au besoin, ainsi que les représentations ou les valeurs qui sont placées sur la ligne.

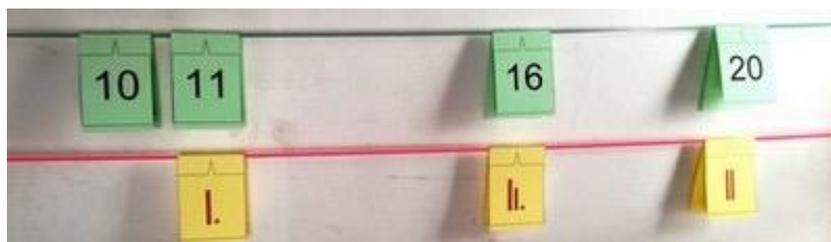


Fig. 21 : La corde à linge

Le matériel présenté dans cet article est librement adapté et est constitué d'une corde ou deux superposées associées à des étiquettes de différentes représentations des nombres (objets, constellations de points, représentations des doigts, cubes et barres de « 10 », écritures chiffrées...). Dès le début du cycle 2, différentes activités ritualisées peuvent être mises en œuvre afin de nommer, lire, écrire, représenter et comparer les nombres entiers. Elles ont été mises en œuvre dans des classes et sont relatées par F. Le Menez sur le site<sup>2</sup> Eure en maths.

Une étape essentielle du développement cognitif des enfants consiste à comprendre que la ligne numérique est en réalité précise, linéaire et régulière (avec le même espace entre deux nombres consécutifs). C'est une des conventions la plus souvent utilisées en mathématiques.

Le jeu des plots illustré en fig. 22 permet de travailler ce point crucial qui facilitera ensuite la compréhension des opérations (ajouter, c'est se déplacer d'un certain nombre d'unités vers la droite, alors que soustraire, c'est se déplacer d'un certain nombre d'unités vers la gauche).

*Illustration ci-dessous en classe de CP, mais adaptable avec d'autres nombres, d'autres bornes, un autre « pas » de graduation en CE1.*



Estimer l'emplacement d'un nombre entre deux bornes



Vérifier l'estimation avec une ligne graduée de référence.

Fig. 22 : Exemple de jeu de plot en CP

### *Travail autour de spirales numériques dès le CP et jusqu'au CM (Ermel).*

Les spirales numériques sont un support de travail avec plusieurs objectifs comme présenter l'algorithme de la numération autrement, écrire et connaître la suite des nombres entiers, offrir un support visuel du fonctionnement en base 10.

Voici un aperçu d'une de ces spirales numériques proposées au niveau CE1 par Ermel.

<sup>2</sup> Article de F. Le Menez <https://eure-en-maths.spip.ac-rouen.fr/spip.php?article290>

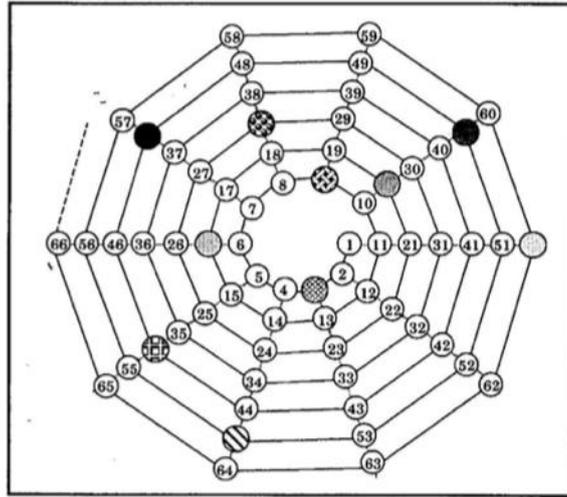
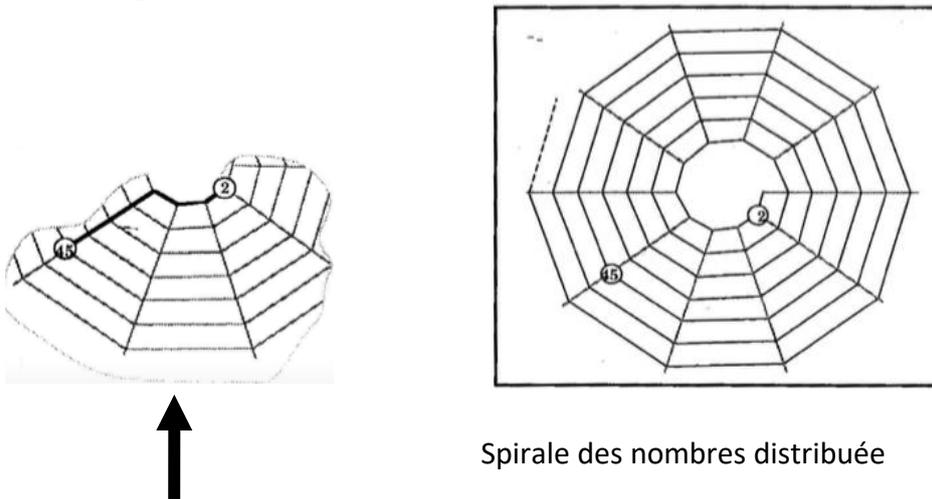


Fig. 23 : Exemple de spirale de nombres, p.360, Ermel, CE<sub>1</sub>

Après un travail initial sur une spirale numérique pour en comprendre la structure, l'enseignant peut demander aux élèves de CP quel nombre se cache derrière les pastilles positionnées sur la spirale. Les réponses des élèves sont oralisées dans le champ de l'écrit. Elles sont validées (ou pas) en ôtant la pastille.

Les spirales sont évolutives et permettent également de parcourir la file numérique en lien avec des opérations additives et soustractives tout en étant basées sur des stratégies de calcul mental et réfléchi.

À partir d'une spirale comprenant les deux étiquettes 2 et 43, l'enseignant peut demander de trouver un des chemins possibles pour se rendre de l'étiquette « deux » à l'étiquette « quarante-trois ». Pour cela il pourra mettre à disposition de la laine et des clous afin de matérialiser les bornes du déplacement.



Voici un exemple de codage associé au chemin ci-contre.  
 (+1) (+1) (+1) (+10) (+10) (+10)  
 (+10) donne (+43)

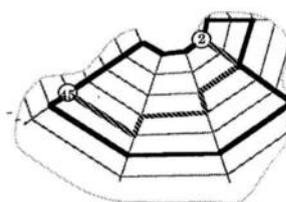


Fig. 24 : Extrait autres situations autour de spirale de nombres, Ermel, CE<sub>1</sub>

Plusieurs chemins existent pour relier ces deux étiquettes et pourront être confrontés en termes de codage. Leurs écritures intermédiaires sont différentes. Les comparer permet de prendre conscience de l'existence d'écritures équivalentes. Nous renvoyons le lecteur au guide ERMEL qui propose des variantes.

### Jeux de l'APMEP : dessins mystère et dessins gradués

Que ce soit au niveau de l'école ou du collège, des brochures Jeux permettent un travail ludique renforçant les apprentissages, en particulier autour de la droite graduée et de la construction du nombre. Nous en proposons ici un échantillon (fig. 25) tant elles nous semblent être support d'un entraînement efficace autour du concept de nombre.



## Dessin mystère



### Activité A

Ligne	Point	Nombre associé
(1)	A	5
(4)	B	2
(4)	C	3
(5)	D	1
(5)	E	9
(6)	F	2
(6)	G	3
(9)	H	12

Pour compléter

Ligne	Point	Nombre associé
(2)	I	1
(2)	J	4
(8)	K	6
(8)	L	24

(1) 0 1

(2) 0 1 2

(3) 0 1

(4) 0 5

(5) 0 10

(6) 0 1

(7) 0 2

(8) 0 3

(9) 2 4

Trace les lignes brisées ABDFHGCEA et AIDKHLEJA.

Fig. 25 : Extrait Brochure Jeux école 3, Dessin mystère n°1

Selon les droites graduées, l'élève connaît le pas de graduation (comme en (1) ou (2)) ou doit le trouver (4). L'unité varie selon la droite considérée. L'élève est également amené à dépasser un comptage de 1 en 1 ((8) et (9)) ou à partir d'une origine non nulle (9). L'élève est motivé par la découverte d'un dessin correspondant à l'aboutissement de la tâche. Dans l'exemple ci-dessous, une fois achevé, le dessin mystère est un diamant.

Selon le niveau scolaire visé, la brochure Jeux 3 propose des nombres de nature adaptée (fig. 26). Ces ressources sont issues de brochures Jeux 3 ou Jeux 9 que chaque école peut se procurer sur le site<sup>3</sup> de l'APMEP. Le lecteur pourra y retrouver tous les renseignements sur les contenus détaillés des différentes brochures.

<sup>3</sup> <https://www.apmep.fr/Des-jeux-mathematiques-pour-la-classe>

Pour rappel, il est nécessaire, au sein d'un établissement scolaire, de mentionner les photocopies réalisées quand l'établissement fait partie du panel de déclaration des droits de copie et de projection.



## Dessin mystère

### Présentation



L'activité proposée ici consiste à découvrir un dessin caché par repérage de points.

**Principe**  
 Sur des segments gradués, placer puis relier des points.  
 Pour chaque dessin, les segments sont gradués régulièrement de la même façon mais le repérage diffère selon les segments.

**Contenu**  
 Huit dessins sont proposés :

- Activité A, un **diamant**, début du cycle 2 (nombres entiers inférieurs à 100)
- Activité B, une **étoile**, cycle 2 (nombres entiers inférieurs à 100)
- Activité C, un **chat**, cycle 2 (nombres entiers inférieurs à 100)
- Activité D, un **coq**, cycle 3 (nombres entiers)
- Activité E, une **pomme**, cycle 3 (nombres décimaux)
- Activité F, un **bateau**, cycle 3 (nombres décimaux)
- Activité G, un **papillon**, cycle 3 (nombres décimaux et fractions)
- Activité H, une **fourmi**, cycle 3 (nombres décimaux et fractions)

Fig. 26 : Présentation des activités de dessin mystère, Brochure Jeux école 3,

La question des automatismes autour de la notion de multiples en calcul mental.

Le travail afin d'acquérir des automatismes autour des multiples de nombres, nécessite un entretien et déroulement étalé sur toute l'année. Les questions posées peuvent prendre des formes diverses comme suggéré dans les extraits de la « Course aux nombres » présentés en fig. 27. Si certaines questions peuvent s'envisager en questionnant oralement les élèves (comme la première en fig.27), d'autres questions seront données avec un support écrit de façon à ce que l'élève puisse compléter une représentation (comme la seconde en fig.27).

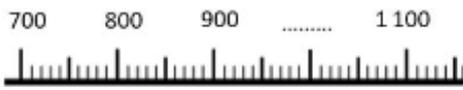
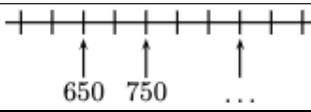
Niveau	Question	Réponse
CE <sub>1</sub>	Le double de 25 est :	...
	Complète avec le bon nombre.	
	Complète cette suite logique.	690; 695; ...; ...; 710
	La moitié de 140 est :	...
	Le jardinier a planté 6 rangées de 4 salades. Combien de salades a-t-il plantées ?	Il a planté ... salades
CE <sub>2</sub>	Dans 36 combien de fois 6 ?	...
	Complète :	$4 \times \dots = 32$
	Complète :	
	Complète :	2 min = ... s

Fig. 27 : Extraits d'épreuves de la Course aux nombres, site académique de Strasbourg

Le temps de mise en commun des résultats trouvés dans la classe est essentiel, il permettra de partager diverses stratégies de calcul, d'invalider certaines réponses erronées. Il pourra également permettre de prendre appui sur une représentation symbolique (comme pour le problème du jardinier).

La question de la manipulation (active/passive)

Au CP-CE1, la manipulation doit s'envisager comme une des étapes essentielles au service progressivement de l'abstraction (avec la représentation et la verbalisation).

Le guide *Résolution de problème au CP-CE1* distingue deux types de manipulations : celle passive et celle active (fig. 28) qu'il précise à propos de la situation bien connue de la boîte.

**Manipulation passive :** le professeur dispose A jetons dans la boîte, puis B jetons et pose la question du nombre total de jetons dans la boîte. Les élèves ont accès au contenu de la boîte et peuvent se contenter de lire le résultat en recomptant les jetons.

**Manipulation active :** le professeur montre successivement les deux collections de jetons et les place dans la boîte, la referme et pose la question. Dans ce cas, l'élève va mobiliser des représentations mentales et ses connaissances sur les nombres, ainsi que des procédures de plus haut niveau pour résoudre le problème.

Fig. 28 : Extrait du Guide Résolution de problème au CP-CE1, p.83

Il insiste également sur le passage de la manipulation à la représentation symbolique, transformant l'action menée en image mentale à l'aide d'une image, d'une photo, d'un dessin, d'un schéma, etc. Initialement proches de la réalité, ces représentations évoluent pour devenir plus abstraites (comme un tableau ou des écritures mathématiques). Un extrait du guide (fig.29) sur les représentations symboliques mérite d'être souligné :

Toutes ces représentations ne se valent pas et n'ont pas la même portée, notamment dans la résolution de problèmes.

Fig. 29 : Extrait du Guide Résolution de problème au CP-CE1, p.83

Introduction progressive des réglettes Cuisenaire nécessaire

Dans la classe d'expérimentation de la Lesson Study, si l'usage des réglettes Cuisenaire était nouveau pour les élèves, il apparaît nécessaire de penser en amont de cette situation une progression intégrant d'autres problèmes à résoudre incluant un usage de ces réglettes.



Fig. 30 : Boîte de réglettes Cuisenaire et décompositions additives de 10 en deux termes.

Dans le groupe 4 d'élèves, le rôle de la réglette unité s'est révélé être un intermédiaire nécessaire pour identifier que la réglette rose avait une valence de 4 et la verte une valence de 3.

L'accolement horizontal des réglettes dans la situation clap-nombre, s'il est aidant, ne va pas de soi comme nous l'avons repéré dans un groupe qui les a initialement agencé verticalement côte-côte « comme pour faire une radio » selon le dire de l'élève agissant ainsi.

Il apparaît donc nécessaire de consacrer une (ou plusieurs) séance(s) antérieure(s) à faire découvrir et manipuler ces réglettes. Après une courte phase de manipulation libre, on peut demander aux élèves, durant 5 minutes, de trouver toutes les décompositions additives de 10 à l'aide de deux réglettes (fig. 30). L'objectif est de travailler les décompositions additives de 10 en deux nombres (voir en trois nombres pour les plus rapides) et de constater en acte la commutativité de l'addition.

## 7. Conclusion

En conclusion, la situation Clap-nombre empruntée au manuel japonais s'est révélée riche en développement du travail mathématique, mettant en jeu possiblement divers concepts simultanément (droite graduée, multiples, intervalles). Cette situation a permis de faire vivre différents registres de représentation sémiotique au sens de Duval (2007) comme le registre langagier, le registre du tableau ou le registre graphique (droite graduée) et le registre algébrique (écritures d'égalités). Selon Duval (2007):

*« le point fondamental dans l'activité mathématiques n'est pas l'utilisation nécessaire de représentations sémiotiques mais la capacité à passer d'un registre de représentation sémiotique à un autre registre. On voit alors que les démarches mathématiques mobilisent cognitivement deux types de transformations de représentations sémiotiques.(...) Il y a les transformations effectuées à l'intérieur d'un même registre, comme un calcul dans le même système de représentation des nombres (...)Et il y a les transformations consistant à changer de registre de représentation, comme dans le passage d'une formulation verbale ou numérique à une écriture algébrique ou à une représentation cartésienne des relations formulées. »*

C'est ce dernier type de transformation de registre favorisant les apprentissages que nous avons visé et tenté de valoriser dans l'expérimentation partagée, après avoir évacué des représentations plus naïves ou ne permettant pas de résoudre le problème.

Cette situation offre des aspects bien différents suivant que les nombres en jeu sont présents dès le début ou non. Si les nombres ne sont pas présents, ce qui est d'abord en jeu c'est la régularité des claps dans un rythme qui doit être matérialisé d'une façon ou d'une autre et la concordance de certains de ces claps pour les deux groupes. Il semble que la prise de sens nécessite le jeu physique. Cela relève de la cognition incarnée (Bara, F., & Tricot, A., 2017). Différentes matérialisations et représentations sémiotiques peuvent exprimer ces régularités et concordances et permettre de dépasser le stade du jeu physique et des premiers constats qu'il permet.

Quand on introduit la suite des nombres (donc la dimension ordinale du nombre essentiellement), le jeu se projette dans un autre espace, celui des nombres, avec les outils que cette mathématisation fournit pour exprimer les régularités et les concordances, et aussi penser des généralisations. Des représentations sémiotiques déjà utilisées peuvent s'enrichir

de codes numériques et de nouvelles représentations peuvent apparaître et être exploitées comme la droite graduée.

Nous espérons que la situation « Clap-nombre » donnera au lecteur l'envie de tester cette situation en classe ou en constellation car elle permet de réfléchir et d'échanger entre enseignants dans le cadre d'une formation.

Enfin, nous espérons avoir proposé au lecteur des pistes de travail en accord avec les préconisations du MENJS (2021) en particulier sur le texte du savoir pour tous les élèves lors de phases d'explicitation et de bilan. Pour cela, plusieurs traces écrites sont présentées, explicitant ce qui a été appris et ce qu'il faut retenir en vue d'un réinvestissement dans d'autres situations. Ces traces écrites sont un élément essentiel d'apprentissage qui trouve toute sa place dans la résolution de problèmes comme celui du « clap-nombre ».

### Remerciements

L'équipe de formation-recherche tient à remercier non seulement les acteurs de terrain investis dans cette Lesson Study (élèves et enseignants impliqués dans la formation), mais aussi les acteurs de l'ombre sans qui ce type de formation n'aurait pas vu le jour, à savoir, particulièrement de l'Inspection Éducation Nationale de la circonscription du Pays d'Auge, ainsi que l'équipe de direction administrative de l'école de Pont l'Évêque. Nous tenons à remercier les membres du laboratoire de recherche LDAR et du groupe « Activités Lesson Study » l'IREM de Rouen impliqués de près ou de loin dans cette formation d'un nouveau genre. Merci à Michel Chevallier et Michèle Artigue pour leur contribution et relecture précieuse.

### Bibliographie et sitographie

Bara, F., & Tricot, A. (2017). Le rôle du corps dans les apprentissages symboliques : apports des théories de la cognition incarnée et de la charge cognitive. *Recherches sur la Philosophie et le Langage*, 33, 219-249.

Ciccione, L. & Dehaene, S. (2023). Les motifs, source d'éveil aux mathématiques en maternelle et au primaire. Note du CESEN, 10 - 2023.

Duval, R. (2007). La conversion des représentations : un des processus fondamentaux de la pensée, Du mot au concept. Conversion, Presses Universitaires de Grenoble.

Gakko Toshō. (2017). Mathematics for Elementary School, 5<sup>th</sup>, Study with Your Friends, 2<sup>nd</sup> edition.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire*, 100.

MENJS (2021), Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP, Les guides fondamentaux pour enseigner, Éduscol, <https://eduscol.education.fr/>

Shore, C. (2018). *Clothesline Math: The Master Number Sense Maker: The Master Number Sense Maker*. Teacher Created Materials.

Site mathématique de l'académie de Strasbourg, Course aux nombres, <https://pedagogie.ac-strasbourg.fr/mathematiques/competitions/course-aux-nombres/>

Site de l'APMEP, brochures Jeux : <https://www.apmep.fr/Des-jeux-mathematiques-pour-la-classe>

Situation en bref « Clap-nombre » (2023), Site de l'IREM de Rouen, Groupe « Activités Lesson Study » : <https://irem.univ-rouen.fr/situations-lesson-study-en-bref>, vidéo associée « Clap-nombre » : <https://irem.univ-rouen.fr/situation-clap-nombre-en-bref>

## Annexes

### Annexe 1 : Situation « Train-Bus » au Cycle 3

**Train-Bus**


Dans une gare, des trains partent toutes les 12 minutes et des bus toutes les 8 minutes.  
Un train et un bus sont partis en même temps à 9h.  
Quel sera le prochain horaire où un train et un bus partiront de nouveau simultanément ?

Extrait de la fiche Situation en bref « clap-nombre », [site de l'IREM de Rouen](#)

En cycle 3, la situation Train-Bus permet un travail approfondi sur les multiples, multiples communs en embarquant un travail sur les grandeurs (durées et conversions horaires impliquées). Deux versions sont présentées sur le site de l'IREM de Rouen.

En cycle 4, une étude similaire pourra consister en l'étude d'alignement de planètes.

### Annexe 2 : Compléments autour la mesure du temps

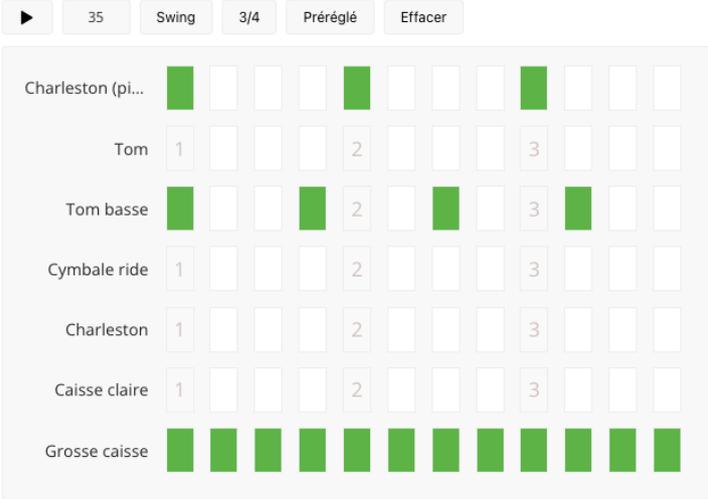
Quelques outils ont été envisagés en amont de la séance de classe comme l'usage d'un métronome (apporté ou accessible en ligne).

Vous en trouverez en ligne : <https://g.co/kgs/XuTZzy>

Une réflexion a été menée sur la question de la mesure du temps à faire en amont.

L'usage d'une boîte à rythme a été explorée par le collectif enseignant sur un site en ligne (<https://www.musicca.com/fr/boite-a-rythmes>). Elle permet de choisir plusieurs sons d'instruments afin de différencier les clap-nombres en jeu en superposant des sons souhaités. Les boîtes à rythme se présentent avec des rectangles verts pour chaque production de son et des rectangles blancs pour marquer les silences de l'instrument.

#### Boîte à rythmes en ligne



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Charleston (pi...	■				■					■		
Tom	1				2					3		
Tom basse	■			■	2		■		3	■		
Cymbale ride	1				2					3		
Charleston	1				2					3		
Caisse claire	1				2					3		
Grosse caisse	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

Exemple de boîte à rythme explorée en amont de la séance

<https://www.musicca.com/fr/boite-a-rythmes?data=%226.0.1-6.4.1-6.8.1-2.0.1-2.3.1-2.6.1-2.9.1-6.1.1-6.2.1-6.3.1-6.5.1-6.6.1-6.7.1-6.9.1-6.10.1-6.11.1-0.0.1-0.4.1-0.8.1-m.-t.3-tmp.35-s.0%22>

Annexe 3 : Matériel proposé aux élèves durant la leçon de recherche

Le matériel proposé aux différents groupes :

- Des demi-droites graduées (par un ou par deux) :

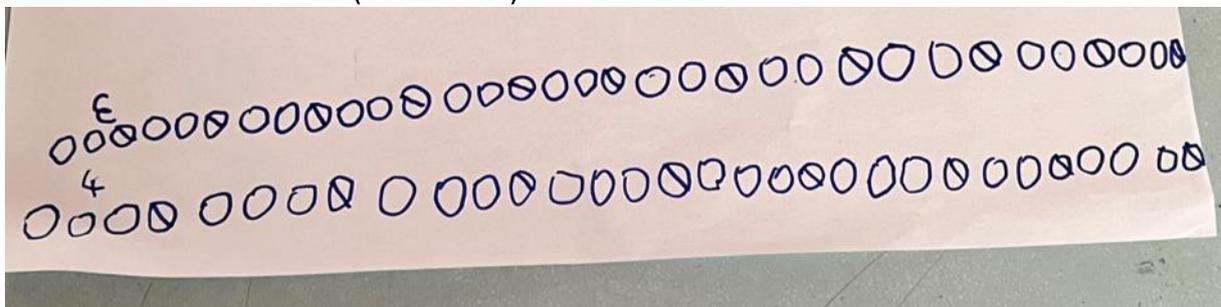


- Un tableau à double entrée :

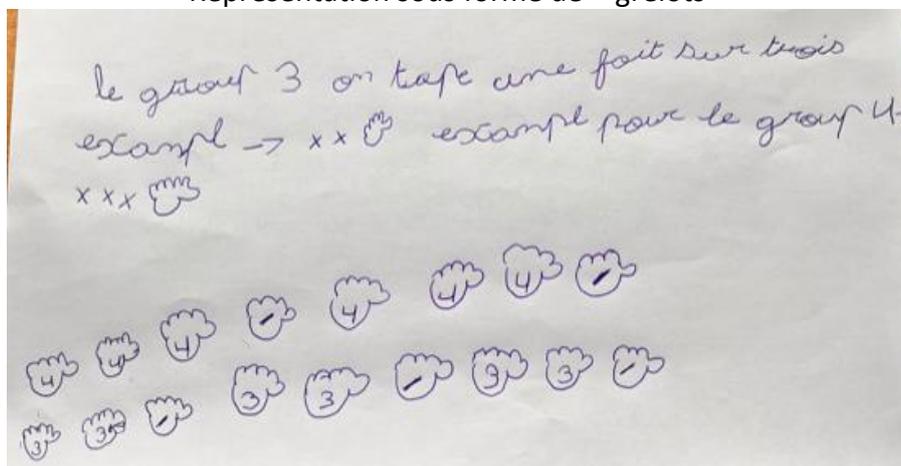
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Groupe A											
Groupe B											

Annexe 4 : D'autres productions autour du « Clap-nombre »

Production d'élèves de CP (autre école)



Représentation sous forme de « grelots »



Représentation de mains