Situation « La caisse »

Mots clés : modélisation, dimension, pavé droit, construction du nombre, nombres rationnels

Énoncé :

> **La caisse**
> Je possède 4 cornières de 1m de long chacune avec lesquelles je veux fabriquer l'armature métallique d'une caisse.
> Quelles seront les dimensions de la caisse ?
>
> Cornières :
>
> 
> 
>
> Caisse :
>
> 

Niveau : Cycle 3

Objectifs :

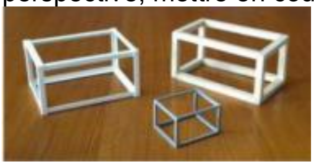
- Résoudre un problème faisant intervenir des grandeurs.
- Connaissances du parallélépipède rectangle, du nombre de ses arêtes, de ses faces, de ses dimensions (longueur, largeur, hauteur)
- Nombres décimaux et rationnels

Intentions : Inciter les élèves à prendre des initiatives de modélisation du problème en lien avec le domaine géométrique, inciter les élèves à réfléchir aux différents types de nombres en jeu.

Scénario possible :

- **Phase 1 (5 min) :** Compréhension de la situation
  Distribution de l'énoncé, lecture individuelle
  Point sur le vocabulaire
- **Phase 2 (10 min) :** Recherche individuelle
  Une feuille blanche est distribuée aux élèves et ils débutent leur recherche. Le but n'est pas que les élèves résolvent le problème durant cette phase, mais qu'ils amorcent un raisonnement à partager avec le groupe ensuite. Des feuilles quadrillées peuvent être mises à disposition.
- **Phase 3 (45 min) :** Travail en groupe
  Cette phase doit permettre de partager des démarches et a pour objectif final une production d'une synthèse des travaux du groupe. Une feuille A3 est distribuée aux élèves. Du matériel pouvant représenter les charnières peut être mis à disposition. Les élèves sont invités à ne pas effacer leurs recherches, même si elles n'aboutissent pas. Ils sont libres d'écrire, dessiner, représenter, calculer...

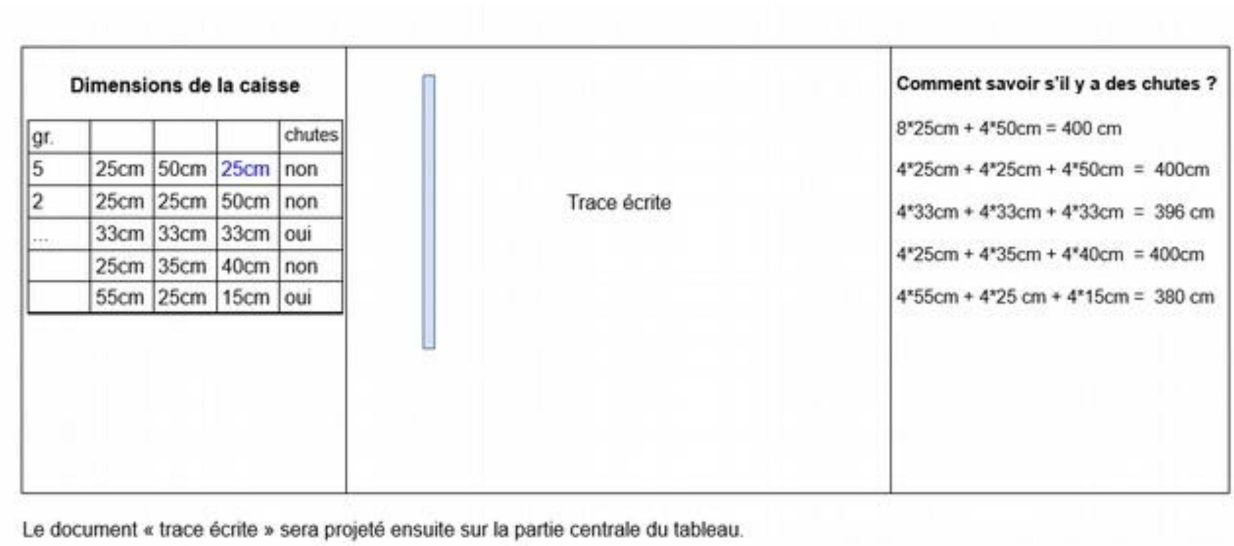
L'enseignant pourra, durant ces phases, utiliser des relances.

Phase	Déclencheur d’intervention	Intervention de l’enseignant	Effets attendus
1	Le mot « dimension » pose un problème.	Sans expliciter le mot « dimensions », se contenter de dire « quelque chose qui se mesure ». Dire quelque chose du type : « On veut faire entrer une armoire dans la salle, il faut savoir combien elle mesure (il faut connaître ses dimensions) ? »	Débloquer l’élève sans pour autant trop en dire.
3	Dénombrer les arêtes de la caisse. Percevoir les arêtes cachées.	Faire manipuler un solide (boîte à mouchoirs) ou une maquette en fil de fer. Sur l’énoncé ou sur la photo d’une maquette, ou sur une représentation d’un pavé en perspective, mettre en couleur les arêtes.  Projeter une animation GeoGebra	
3	La calculatrice affiche $33,3333333333$ lors du calcul de $400 \div 12$ ou $100 \div 3$. Les élèves ne comprennent pas l’affichage. Les élèves ne savent pas quelle précision choisir.	En CM1, seule la partie entière a du sens : on dira par exemple $5cmet2mm$ et non pas $5,2cm$. Les questionner sur la signification de cette partie entière. Interpréter chacune des décimales d’une écriture décimale. En CM2 et en 6ᵉ, demander d’interpréter $33,3$ en donnant du sens au chiffre des dixièmes : $33,3cm = 33cm + \frac{3}{10}cm$ $33cm + 3mm$ Puis, les questionner sur la signification de $33,33$.	Donner du sens à l’écriture décimale d’un nombre. Interpréter chacune des décimales d’une écriture décimale.
3	La calculatrice affiche $\frac{1}{3}$ lors du calcul de $400 \div 12$ ou $100 \div 3$ ou $4 \div 12$ ou $1 \div 3$. Les élèves ne comprennent pas l’affichage.	Revenir à la signification de la fraction partage. Puis, valider la réponse $\frac{1}{3}$ comme réponse possible au problème. Outiller l’élève sur les fonctionnalités de sa calculatrice, en lui montrant la touche utile pour obtenir une écriture décimale approchée.	Comprendre le sens de l’affichage. Faire prendre conscience que $\frac{1}{3}$ est un nombre. Permettre à l’élève d’obtenir une écriture décimale.

Extrait de la grille d’intervention de l’enseignant (cahier de LS « La caisse »)

- **Phase 4 (30 min) :** Bilan. *Cette phase peut être faite à la séance suivante.*
  Tout ou partie des travaux de groupe est explicité à la classe par les élèves en exposant au tableau leur production.
- **Phase 5 :** Bilan et institutionnalisation

Pistes d’organisation du bilan et de l’institutionnalisation : le lecteur pourra l’adapter selon le contexte de sa classe, en l’envisageant sur plusieurs séances.



Dimensions de la caisse

gr.				chutes
5	25cm	50cm	25cm	non
2	25cm	25cm	50cm	non
…	33cm	33cm	33cm	oui
	25cm	35cm	40cm	non
	55cm	25cm	15cm	oui

Trace écrite

Comment savoir s'il y a des chutes ?

8*25cm + 4*50cm = 400 cm

4*25cm + 4*25cm + 4*50cm = 400cm

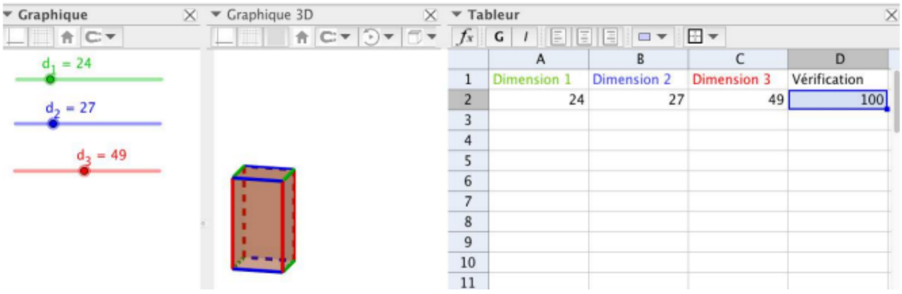
4*33cm + 4*33cm + 4*33cm = 396 cm

4*25cm + 4*35cm + 4*40cm = 400cm

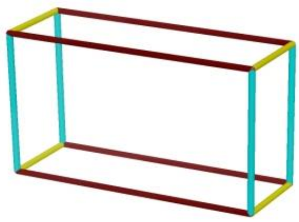
4*55cm + 4*25 cm + 4*15cm = 380 cm

Le document « trace écrite » sera projeté ensuite sur la partie centrale du tableau.

Un fichier Geogebra en appui : il permet, lors du bilan, de valider/invalider des triplets proposés en acceptant ou non des triplets proposés par les groupes.



Voici une trace écrite produite par un collectif d'enseignants.



Il y a 12 arêtes dans un pavé droit.
Ces arêtes sont égales 4 à 4.
Chaque couleur correspond à une dimension.

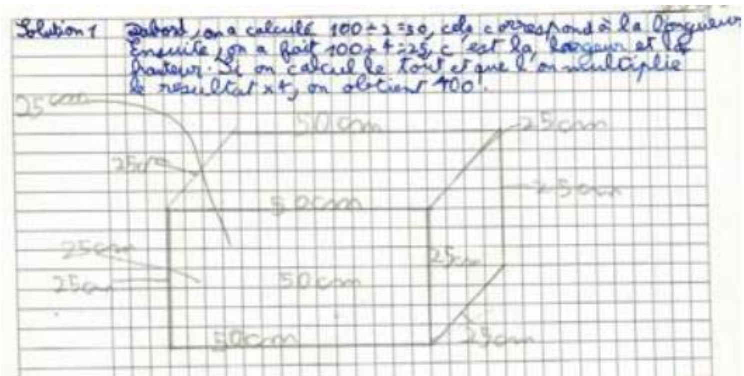
Ce problème admet plusieurs solutions.

1ère dimension	2ème dimension	3ème dimension

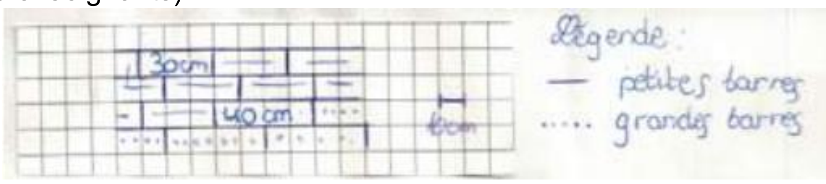
Trace écrite projetée, complétée et collée dans le cahier des élèves

Productions de groupes :

Représentation en perspective : La production a permis témoigne de règles de représentation en perspective à instaurer lors du bilan. Les arêtes manquantes cachées sont ajoutées et représentées en pointillé, par les élèves. Nous pouvons noter la place des calculs au milieu du langage naturel.

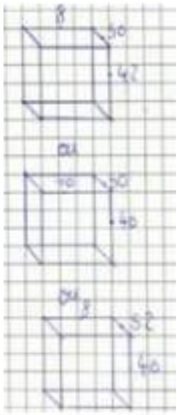


Une découpe de cornières en plusieurs morceaux :
Un autre groupe a réalisé une modélisation, en prenant appui sur le quadrillage (usage non anticipé par les enseignants).



Ce travail, projeté à la classe en bilan a permis de revenir au quotidien et au rôle des cornières présentes pour solidifier la caisse. Le retour au quotidien a orienté le choix de l'enseignante vers l'invalidation de cette solution malgré une solution mathématiquement valide.

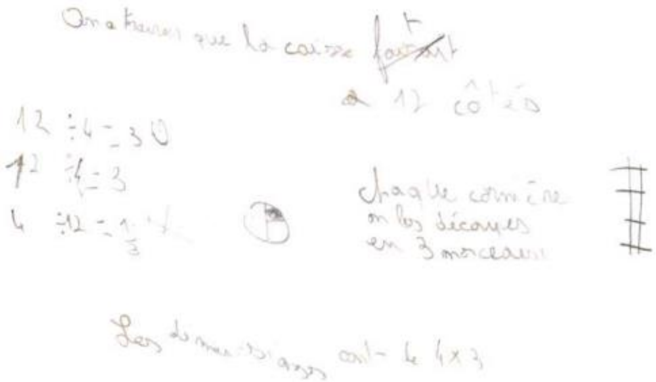
.



Procédure par essais-ajustements : trois solutions représentées ci-contre. Celles-ci s'appuient à chaque fois sur une représentation de cube malgré des dimensions distinctes.

Ce groupe s'accorde difficilement sur un modèle de caisse en débattant de la photo de l'énoncé (modèle cubique ou non cubique ?)
Ils calculent $4 \div 12$ à l'aide de leur calculatrice qui affiche alors la fraction $\frac{1}{3}$. Cette réponse ne convient pas à l'un des élèves : « Les arêtes ne peuvent mesurer $1{,}3m$…. $\frac{1}{3}$ c'est un rond coupé en trois. On va couper chaque cornière en 3 ». Cette représentation est visible sur la production du groupe

.



Pour aller plus loin :
Un prolongement serait de demander quelles doivent être les dimensions de la caisse pour avoir un volume maximal.

À d'autres niveaux : le problème des (3ème 2nde) est un problème d'optimisation ressemblant