

# Lesson Study Cycle 3

Lundi 13 Novembre 2017

Jeudi 14 Décembre 2017

Mercredi 21 Février (matin) 2017



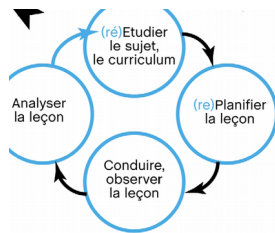
LABORATOIRE  
DE DIDACTIQUE  
ANDRÉ REVUZ

RECHERCHE  
EN DIDACTIQUE  
DES SCIENCES

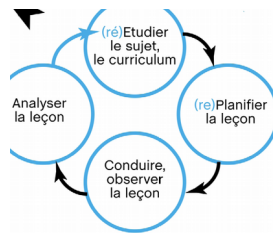


# Troisième journée

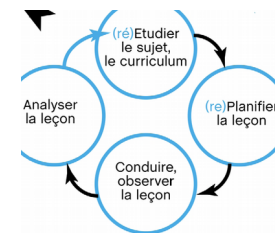
- Présentation des deux expérimentations Lillebonne/GC
- Retour d'expériences sur des cycles vécus dans nos classes



Cycle 1



Cycle 2



Cycle 3

- Échange sur les questions soulevées par la situation « La caisse »
- Imaginons ensemble une suite à ce stage

# Différences/similarités des 2 leçons

## Grand Couronne

Je possède 4 cornières de 1m de long chacune avec lesquelles je veux fabriquer l'armature métallique d'une caisse. Quelles seront les dimensions de la caisse ?

Cornières :



Caisse :



## Lillebonne

### BRICOLAGE

Je possède 4 cornières de 1m de long chacune. Je veux les utiliser pour fabriquer l'armature métallique d'une caisse. Quelles sont les dimensions possibles de la caisse ?

Des cornières



Des caisses



# Des scénarios différents

Grand Couronne

Lillebonne

## Travail individuel (2')

En îlot..Distribution de l'énoncé. Puis lecture silencieuse et individuelle.

## Retour collectif (5')

Lecture à voix haute par l'enseignant. Point sur le vocabulaire.

## Travail de groupe (30')

Une feuille A3 blanche est distribuée à chaque groupe.

## Mise en commun (12')

Afficher au tableau avec des aimants les feuilles A3. Présentation par les élèves de leur travail.

## Pause (10')

## Institutionnalisation (15')

Distribution d'une fiche.

Décrire le pavé, le cube. Identifier sommet, arête, face. Les dénombrer.  
Identifier les trois dimensions du pavé : longueur, largeur, hauteur.  
Identifier les arêtes de même longueur (code en couleur).

Rappel des différentes phases du déroulement de la Lesson	
<b>Phase 1:</b> (15 min) Compréhension de la situation	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Distribution de l'énoncé, lecture individuelle (3 min)</li><li>• Point sur le vocabulaire</li><li>• 10 min de recherche individuelle</li><li>• Feuilles à disposition (blanches, quadrillées)</li></ul>	
<b>Phase 2:</b> (45 min, jusqu'à la pause) Confrontation et travail de recherche en groupe	
<b>Pause:</b> (10 min) Scan des productions des groupes	
<b>Phase 3:</b> Bilan (30 min)	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Bilans à montrer (faux+corrects)</li><li>• Les élèves valident</li><li>• GeoGebra en appui</li></ul>	
<b>Phase 4:</b> Institutionnalisation	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Distribution de la fiche à commenter et compléter</li></ul>	

# Des démarches d'élèves GC

**Groupe 1 :** Idée de faire un cube. Obtenir 4/12 difficile. Non abouti.

**Groupe 2 :** 12 arêtes dénombrées. On découpe en deux chaque cornière. On obtient 8 morceaux. Idée de découper en trois chaque cornière. Mais erreur dans la procédure : pour ces élèves, couper en trois s'obtient en coupant en deux puis encore en deux.

**Groupe 3 :** Par essais et ajustement, recherche de  $3 * \dots = 100$ . Abandon.

Un élève propose :  $30 + 30 + 40 = 100$ .

Conclusion : « Les dimensions sont 30 cm, 30 cm et 40 cm »

**Groupe 4 :** Idée de 4/12. Mais les élèves ne savent pas faire. Puis recherche de  $12 * \dots = 400$  par essais et ajustement.  $32,5 * 12$  pose problème.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 00 \end{array} \begin{array}{l} 30 \text{ cm} \\ \text{Le 4 cornières font } 1 \text{ cm} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 12 \\ \hline 60 \\ 300 \\ \hline 360 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ \times 12 \\ \hline 80 \\ 400 \\ \hline 480 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 12 \\ \hline 70 \\ 350 \\ \hline 420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32,50 \\ \times 12,00 \\ \hline 650,00 \\ 6500,00 \\ \hline 3900,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32,50 \\ \times 12,00 \\ \hline 650,00 \\ 000,00 \\ \hline 000,00 \\ 000,00 \\ \hline 00,00 \end{array}$$

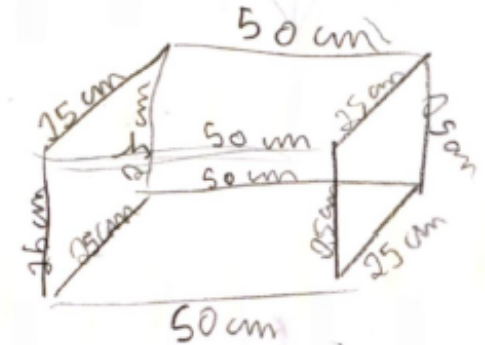
$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 12 \\ \hline 8 \\ 40 \\ \hline 48 \end{array}$$

# Des démarches d'élèves GC

**Groupe 5** : Idée de  $4/12$ . Mais les élèves ne savent pas faire. Donc,  $40/12$ . Trouvent 3,333 à la main. Ne savent pas interpréter ce résultat. Puis, questionnement : « Fait-on un rectangle ou un cube ? ». La photo de la caisse de l'énoncé permet de trancher : « Il faut que ça ressemble à la photo. On fait un rectangle. ».

Puis, découpage de chaque cornière en 2 morceaux. 4 morceaux de 50 cm. On garde 50 cm pour la longueur. Il reste 2m de cornières, il manque 8 morceaux :  $200/8 = 25$  cm. On prend 25 cm pour les autres arêtes.

Les dimensions de la caisse sont de 50 cm de longueur, 25 cm de largeur et 25 cm de hauteur.



**Groupe 6** : Idée de  $4/12$ . Utilisation de la calculatrice. Obtention de  $1/3$ . Les élèves ne savent pas interpréter ce résultat.

Première interprétation :  $1/3 = 1,3$ . Donc, chaque arête mesure 1,3 m. Impossible.

Deuxième interprétation : «  $1/3$  : C'est un rond coupé en trois.

On va couper chaque cornière en 3 ».



chaque cornière  
on les découpe  
en 3 morceaux



# Des démarches d'élèves PMF

## Groupe 1 :

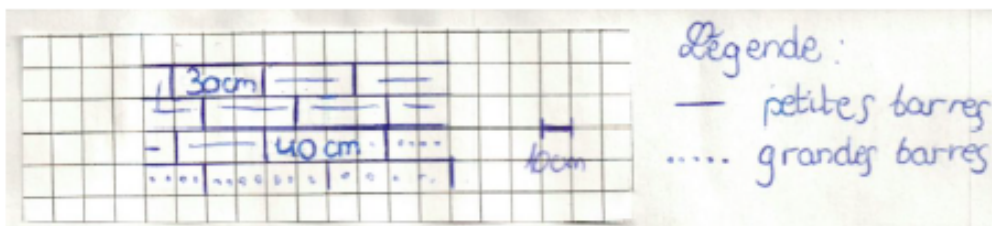
Ambre cherche à mettre en évidence une solution à l'équation  $4l+4L+4h = 400$  avec sa calculatrice (essai - erreur - ajustement)

## Groupe 2 :

Jules propose de diviser par 3 chaque cornière pour obtenir un cube. Dans le groupe Alexis n'est pas d'accord : pour lui le cube n'est pas une solution.

Alexis dessine un pavé en perspective avec pour dimensions  $50 \times 8 \times 40$  (essai - erreur ?) Il tente une vérification en faisant  $50+50+50+50+8+8+8+...$

## Groupe 3 :



**Groupe 6 :** les élèves ont demandé un "cube fil de fer" souhaitant en réalité un pavé droit (non cubique). Sur le solide manipulé, ils peinent à raisonner pour la comptabilisation des arêtes car toutes les dimensions sont égales sur la maquette



# Réactions d'élèves post leçon

Les dimensions c'est les mesures de la caisse.

Selon vous, pour la caisse que sont les « dimensions » ?

Les dimensions sont 50 cm et 25 cm

Selon vous, pour la caisse que sont les « dimensions » ?

Les dimensions sont les centimètres

Selon vous, pour la caisse que sont les « dimensions » ?

50 cm de longueur et 25 cm de largeur

Qu'avez-vous retenu de la séance ?

Que'il y a plusieurs dimensions possibles et que les maths très pratiques.

Selon vous, devait-on utiliser la totalité des cornières ?

En principe, oui car sinon, ce serait trop facile.

Selon vous, pour la caisse que sont les « dimensions » ?

Les dimensions d'une caisse sont : largeur, longueur, hauteur.

Qu'avez-vous retenu de la séance ?

J'ai retenu que on pouvait faire plusieurs solutions dans un problème.



# Retours d'expériences sur des cycles intermédiaires



À vous la parole

# Après le stage ...

- La brochure « La caisse » - publication IREM
- Faire vivre la liaison cycle 3 autour des maths dans votre circonscription :
  - Envie ?
  - Thèmes ?
  - Modalités ?

# Énoncé et dévolution

« Lancer la situation avec une question bien choisie est tout à fait raisonnable.

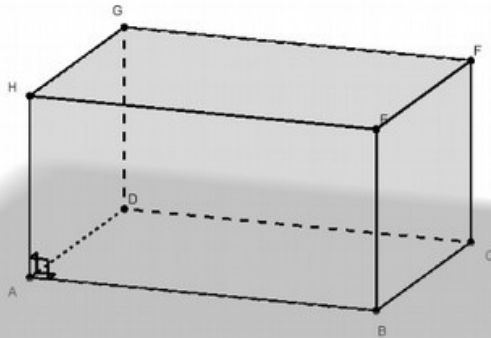
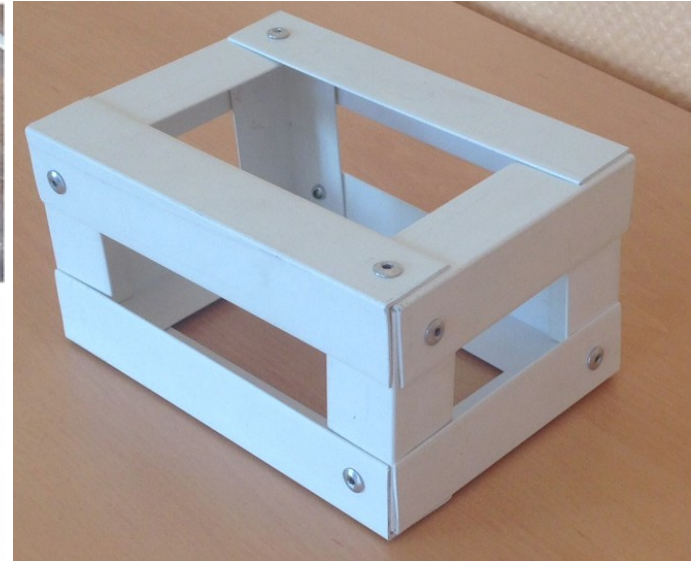
D'autres questions(\*) pourront émerger ensuite et être posées par les élèves eux-mêmes au lieu d'être posées par le seul enseignant, ce qui peut contribuer à leur engagement. »

Michèle Artigue lors d'échange sur la situation du radar tronçon.

*\* Chute, épaisseur ou largeur de la cornière, fixation des cornières, pluralité des solutions*

# Modélisation, quelle part laissée aux élèves ?

- la caisse par un pavé droit
- modélisation des cornières par des segments
- si une maquette de caisse est un premier pas dans la modélisation, quel pourrait être l'intérêt pour les élèves d'en manipuler ?



# Les trois géométries en jeu et le BO

Dès l'introduction



Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments.

Dans les *compétences* (Raisonnement)

En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.

Et bien sur dans la partie *Espace et Géométrie*

À l'articulation de l'école primaire et du collège, le cycle 3 constitue une étape importante dans l'approche des concepts géométriques. Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par le recours à des instruments, par l'explicitation de propriétés pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation ne s'appuie que sur le raisonnement et l'argumentation.

# Des conceptions élèves repérées

Le cube est-il un pavé droit ?

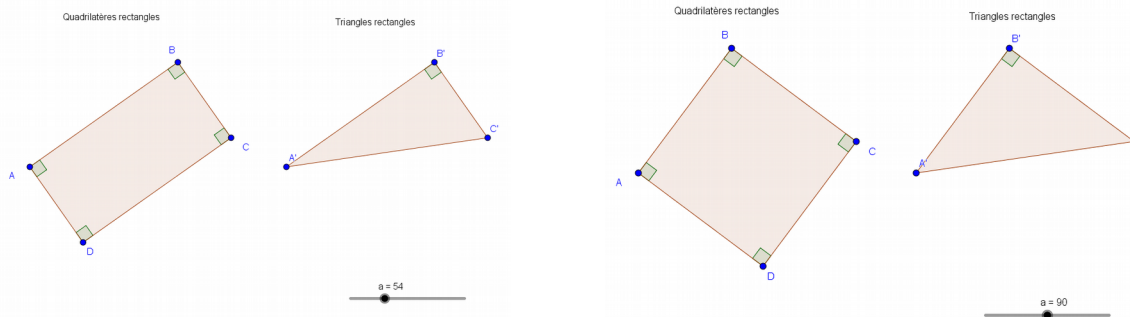
Question partagée dans les deux expérimentations.

C'est la même que celle relative au carré (est-il un rectangle?).

Quelles réponses apporter ?

Sans doute à plus travailler à l'école et au collège.

Peut-être les **logiciels** de géométrie dynamique peuvent aider à cette « intégration » ?





# Représentation du pavé droit

Le B.O ne fait que très succinctement référence à la perspective (colonne de droite seulement) :

Utiliser des représentations planes de solides (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus, ...) et représenter des figures planes en traçant des figures à main levée.

Place plus grande dans les anciens programmes

<b>3.3 Parallélépipède rectangle : patrons, représentation en perspective</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Fabriquer un parallélépipède rectangle de dimensions données, à partir de la donnée du dessin de l'un de ses patrons.</li><li>- Reconnaître un parallélépipède rectangle de dimensions données à partir<ul style="list-style-type: none"><li>- du dessin d'un de ses patrons,</li><li>- d'un dessin le représentant en perspective cavalière.</li></ul></li><li>- Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière du parallélépipède rectangle les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires.</li><li>- Dessiner ou compléter un patron d'un parallélépipède rectangle.</li></ul>	<p>À l'école élémentaire les élèves ont déjà travaillé sur des solides droits de l'espace (description, construction, patron). Cette étude est poursuivie en 6<sup>e</sup> en mettant l'accent sur un aspect nouveau : la représentation en perspective cavalière, <i>dont certaines caractéristiques sont précisées aux élèves</i>. L'usage d'outils informatiques permet une visualisation de différentes représentations d'un même objet de l'espace. Même si les compétences attendues ne concernent que le parallélépipède rectangle, les travaux portent sur différents objets de l'espace et s'appuient sur l'étude de solides amenant à passer de l'objet à ses représentations et inversement.</p>
---	---	---

# Géométrie ou arithmétique

Quelle est la nature de cette ressource sur la caisse ?

- géométrique ?
- arithmético-algébrique ?

\*  $4L + 4l + 4h = 400$

\*\*  $L + l + h = 100$

Des aller-retours entre deux domaines

(nombres et géométrie) avec lien qui peut être fait par un logiciel tel que Geogebra.

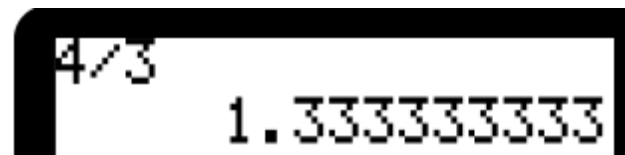
Fichier Geogebra L (insérer hyperlien sur fichier L à faire)

# Écriture des nombres → grandeurs

- Si le calcul de  $4/12$  peut ne pas avoir de sens pour certains élèves ( $4 < 12$ ), qu'en est-il de  $4m/12$  ?
- Au début du cycle 3,  $100/3$  n'est pas vu comme une fraction quotient (est fait en 6ème)
- Comment gérer le  $100/3 = 33,3333\dots$  dans le cadre de la situation de la caisse ?
  - passage à  $100\text{cm}/3$  et questionner le sens des décimales ?
  - permet d'institutionnaliser «  $100/3 = \text{le tiers de } 100$  » ?

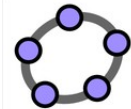
# Extraits du Document Ressource Fractions et nombres décimaux au cycle 3, Nov 2016

- Au cycle 3, on fait évoluer le statut du nombre pour exprimer des quantités et des mesures de grandeurs qui ne sont plus égales à un nombre entier d'unités.
- En dernière année de cycle 3, la fraction  $a/b$  (avec  $b$  non nul) est le nombre qui multiplié par  $b$  donne  $a$ .
- Mention spécifique pour  $4/3$  « *nécessite un effort d'interprétation pour être pensée « 4 fois un tiers » et lue « quatre tiers », le nombre du dessous ne se lit pas 3 mais s'interprète « tiers » », ... elle est potentiellement source d'erreurs. »*
- Et les TICE dans tout ça ?



# Solution ou solutions, validation ?

- S'il est assez rare de rencontrer des situations où il n'y a pas unicité du triplet solution, c'est l'occasion d'institutionnaliser cela
- Comment s'assurer qu'elles sont valides ?
  - les TICE peuvent alors intervenir.  
(Scratch , Tableur, GeoGebra )
- Que faire de toutes ces solutions ?
  - tableur, formules
  - notion de fonction



# Avec le tableur

	A	B	C	D	E
1	L	I	h	somme	test
2	23	46	18	87	Faux
3	25	25	50	100	Juste
4	25	50	25	100	Juste
5	24,9	25,1	50	100	Juste
6	13	27	58	98	Faux
7	33,33333333	33,33333333	33,33333333	100	Juste

	A	B	C	D	E
1	L	I	h	somme	test
2	23	46	18	=A2+B2+C2	=SI(D2=100;"Juste";"Faux")
3	25	25	50	=A3+B3+C3	=SI(D3=100;"Juste";"Faux")
4	25	50	25	=A4+B4+C4	=SI(D4=100;"Juste";"Faux")
5	24,9	25,1	50	=A5+B5+C5	=SI(D5=100;"Juste";"Faux")
6	13	27	58	=A6+B6+C6	=SI(D6=100;"Juste";"Faux")
7	=100/3	=100/3	=100/3	=A7+B7+C7	=SI(D7=100;"Juste";"Faux")



# Et le volume ?

Comment relancer le situation de la caisse sur les volumes ?

– « Toutes les caisses ont en commun d'être fabriquées à partir de 4m de cornière.

\* Sont-elles toutes identiques ?

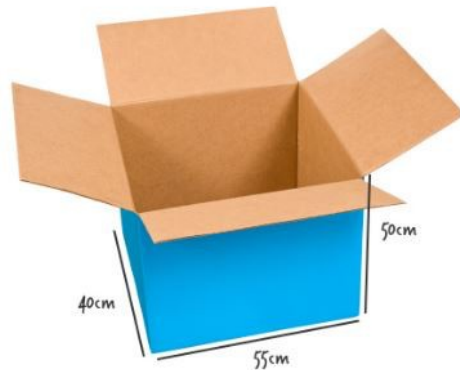
\* Toutes équivalentes pour autant ? »

– Utilisation du tableur

## Maximum size and weight

We can't accept really large parcels. By really large we mean anything that weighs over 15kg and is longer than 1.2m.

We also have a maximum allowed volume which **cannot be greater than 245cm**. To work out the volume, you need to add together the 2 shortest dimensions and multiply this by 2. Add the length and if the number you get is less than 245 then you're good to go. Here's a quick example:



1. Add together the 2 shortest sides:  $40 + 50 = 90$ .
2. Multiply this number by 2:  $90 \times 2 = 180$ .
3. Add the longest length to this number:  $180 + 55 = 235$ .
4. 235 is less than 245 so this parcel is okay to send.

# Institutionnalisation

« L'institutionnalisation peut consister (...) **en un retrait d'une croyance** commune reconnue soudain comme fausse. »

« La prise en compte officielle par l'élève de l'objet de la connaissance et par le maître, de l'apprentissage de l'élève est un phénomène social très important et une phase essentielle du processus didactique : cette double reconnaissance est l'objet de l'institutionnalisation »

Guy Brousseau (1988)

# Quand les unités traînent dans les calculs.

J'ai un ruban de longueur 35 cm, et je le coupe en 7 morceaux de même longueur, de quelle longueur seront ces morceaux ?

Le problème se modélise cette fois par une division « partage » ou « partition » (recherche de la valeur d'une part) :

$$35 \text{ cm} \div 7 = 5 \text{ cm.}$$

Ces deux écritures sont bien plus parlantes que l'écriture « sans unités »  $35 \div 7 = 5$ , où ce dont on parle n'est pas indiqué.

Les écritures avec les unités permettent également de renforcer le sens des unités produits. Par exemple, pour le calcul de l'aire d'un rectangle du type  $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ , les élèves proposent souvent le résultat 12 cm. On peut justifier l'unité produit par exemple de la façon suivante :

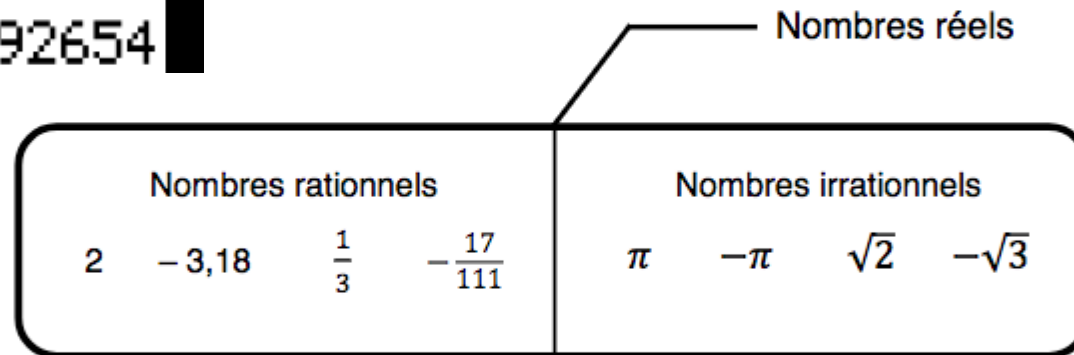
$$\text{Aire du rectangle} = 3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 3 \times 1 \text{ cm} \times 4 \times 1 \text{ cm} = 12 \times (1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}) = 12 \times 1 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2.$$

Cette décomposition renforce le travail mené en amont sur ce que représente  $1 \text{ cm}^2$  : l'aire d'un carré de 1 cm de côté. Une telle décomposition n'est, bien entendu, pas attendue des élèves, mais peut être proposée par l'enseignant, en amont pour renforcer le sens des unités d'aire ou chaque fois que des erreurs d'unité seront constatées chez les élèves.

# A propos des nombres

Pi et 22/7, quelle différence ?

$\frac{22}{7}$	3.142857143
$\pi$	3.141592654



Les **écritures décimales** des nombres rationnels sont soit **finies** (limitées) (comme 2 ; 2,0 ; 2,00 ; 3,18 ou 3,180), soit **illimitées et périodiques**, c'est-à-dire avec une suite des mêmes chiffres qui se répète à l'infini (comme 0,3333..., avec des « 3 » à l'infini, qui est égal à  $\frac{1}{3}$ , ou 0,153153153..., avec « 153 » qui se répète à l'infini, qui est égal à  $\frac{17}{111}$ ).

Les écritures décimales des nombres irrationnels sont **illimitées et non périodiques**, comme  $\pi$  qui peut s'écrire 3,14159265358979323846..., mais les points de suspension signifient ici seulement que le développement continue à l'infini ; il n'y a pas de suite de chiffres qui se répètent à l'infini.

Au cycle 3, les élèves ne rencontrent que des nombres rationnels, à l'exception du nombre irrationnel

FIN

# Échange sur les questions soulevées par la situation « La caisse »

- Énoncé, amorce d'énoncé, dévolution (MA) → vidéo « rectangle ! »
- Modélisation ?
- Déconstruction dimensionnelle : Carré/rectangle, cube/pavé
- Représentation du pavé : fracture entre la photo et la perspective
- Géométrie ou arithmétique ? → vidéo  $1\text{m}=60\text{cm}$  ?
- Écriture des nombres :  $1/3$  ou  $400/3$  ou  $133.3333$
- Non unicité de la solution
- Et le volume ?