Cahier de Lesson Study

Année 2024-2025

« Somme d'entiers consécutifs »

Co-écrit par :
L'équipe de formation-recherche :
Blandine Masselin, Éric Minot et Catherine Turquetille, du groupe « Activités » de l'IREM de Rouen, formateurs dans l'académie de Normandie,
Virginie Benard-Prevel, référente mathématique départementale Calvados,
Gaelle Cornu, référente mathématique de Circonscription, Hérouville – Calvados

Takeshi Miyakawa, chercheur de l'Université Waseda (Japon), Blandine Masselin du LDAR de l'Université de Paris-Cité

Avec le soutien de :
L'Action 2 du PIA3 100% IDT, des IA-IPR de l'Académie de Normandie,
de la Mission Maths 14, de la circonscription d'Hérouville St Clair,
des enseignants participants à cette Lesson Study de l'école Langevin de Mondeville.

Table des matières

1. INTRODUCTION 1

La situation « Somme d'entiers consecutifs » 1
Description de la situation 1
Bulletin Officiel et competences au cycle vise 1
Extraits des programmes 2024 CM1 1
Bulletin Officiel et competences dans un autre cycle 2
Competences mathematiques visees dans la realisation de taches autour de cette situation. 2

2. ANALYSE *A PRIORI* 3

Objectifs 3
Connaissances mises en jeu 3

3. DEROULEMENT DE LA LESSON STUDY 4

Le contexte 4
Énonce 4
Objectifs de la seance 4
Materiel 5
Modus operandi 5
Scenario prevu 5

ANALYSE *A POSTERIORI* DU DEROULEMENT EFFECTIF 6

Debriefing a chaud 6
Travaux des differents groupes d'eleves 6

RESTRUCTURATION A POSTERIORI DU SCENARIO 17

Analyse de la phase de bilan et d'institutionnalisation 19

GRILLE D'INTERVENTIONS POSSIBLES DE L'ENSEIGNANT 20

4. LE MOT DE L'EQUIPE DE FORMATION-RECHERCHE 23

La question des conversions de registres de representation 23
Apports des jeux de mise en commun en classe 24
Le coin de l'inclusion 24
Temps de validation 24
Une situation proche pour travailler la preuve a plus long terme. 25

6. CONCLUSION 26

Remerciements 26

BIBLIOGRAPHIE 27

1. Introduction

La situation « Somme d’entiers consécutifs »

Présentation de la situation initiale « Somme d’entiers consécutifs » inspirée de l’énoncé de l’IREM de Lyon :

Trouver le plus rapidement possible la somme de 10 nombres entiers consécutifs.

Énoncé du germe de situation « Somme d’entiers consécutifs », année 2024-2025

Description de la situation

Les élèves doivent trouver le plus rapidement la somme de nombres entiers qui se suivent, établir une règle applicable quel que soient les nombres en jeu et le nombre de nombres de la série.
Cette situation peut être classée dans les problèmes pour chercher (ou atypiques) qui permet aux élèves d’améliorer leurs méthodes de recherche, appréhender la preuve en mathématique et étendre leurs connaissances des nombres.

Bulletin Officiel et compétences au cycle visé

- Développer des procédures par essais erreurs
- Organiser une recherche
- Établir une règle pour apporter une preuve mathématique
- Prendre appui sur les relations entre les nombres et leur domaine de validité dans le cadre d’une procédure de calcul mental
- Travailler la numération décimale

Extraits des programmes 2024 CM1

Objectifs majeurs

- Le développement et le renforcement de compétences d’analyse, de raisonnement, de logique, d’argumentation qui constituent le fondement de la formation scientifique et qui contribuent au développement de l’esprit critique nécessaire à l’exercice éclairé de la citoyenneté ;
- Proposer aux élèves des résolutions de problèmes favorisant la recherche, des débats collectifs autour d’une solution proposée ;
- La confrontation de solutions variées d’un même problème incite les élèves à argumenter, à comparer des méthodes ou à critiquer de manière constructive les démarches retenues.

Les écrits en mathématiques

Les écrits intermédiaires rédigés lors des temps de recherche permettent à l’élève de poser les premiers éléments nécessaires à l’analyse d’un énoncé, de structurer sa pensée lors de la résolution d’un problème ou de noter des résultats intermédiaires pour soulager sa mémoire de travail lors d’un calcul mental. Ces écrits ne sont pas destinés à être évalués, mais ils offrent à l’enseignant une précieuse opportunité de repérer et de comprendre les difficultés rencontrées par un élève et, ainsi, de l’aider à les surmonter.

Le calcul mental

Utiliser les connaissances sur la numération pour effectuer rapidement des calculs.

Si la situation peut aussi s'envisager dans un autre cycle, nous précisons des éléments du programme concernant certains concepts.

Bulletin Officiel et compétences dans un autre cycle

Le calcul mental			
	CP	**CE1**	**CE2**
Nombres en jeu et résultats	≤ 100	≤ 1000	$\leq 10\,000$
Numération	**Fluence : 9 égalités en 3 min**	**Fluence : 12 égalités en 3 min**	**Fluence : 15 égalités en 3 min**
Ajouter ou soustraire 1 ou 2 à un nombre			
Ajouter ou soustraire …	Un nombre entier de dizaines : Jusqu'à 90	Un nombre entier de centaines : Jusqu'à 900	
Multiplier par 10 ou 100 un nombre inférieur à 100		Multiplier par 10 → *Glisse-nombres*	Multiplier par 10 ou **100** → *Glisse-nombres*

Table 1 : Repères de progressivité autour du calcul mental et de la numération Cycle 2

Le calcul mental			
	CM1	**CM2**	**6ème**
Nombres en jeu et résultats	< 1 000 000	< 1 000 000	
Numération	**17 items réussis en 3 min aux évaluations nationales en début de CM2**		
Ajouter ou soustraire un nombre entier (1 à 9) d'unités, …, dixièmes, … à un nombre décimal ***Sans retenue***	- unités, dizaines, centaines, dixièmes, centièmes Identification du chiffre sur lequel agir $4{,}45 + 0{,}3$; $0{,}45 + \frac{3}{100}$; $1\,462 - 300$ *(Opérations données à l'écrit)*	- unités, dizaines, centaines, milliers, - dixièmes, centièmes, millièmes	
Ajouter ou soustraire un nombre entier (1 à 9) d'unités, …, milliers, dixièmes, …, millième à un nombre décimal ***Avec retenue***		Identification du chiffre sur lequel agir $4{,}45 + 0{,}8$; $0{,}457 + \frac{7}{1000}$; $47\,230 + 6\,000$ *(Opérations données à l'écrit)*	
Multiplier un nombre **entier** par 10, 100 ou 1 000	*Lors d'une multiplication par 1 000, chaque chiffre du nombre initial prend une valeur 1 000 fois plus grande* → Le chiffre des unités devient le chiffre des milliers		
Multiplier un nombre **décimal** … ➢ Utilisation du « **glisse-nombres** »  	- **par 10** *Lors d'une multiplication par 10, chaque chiffre du nombre initial prend une valeur 10 fois plus grande* → Le chiffre des centièmes devient le chiffre des dixièmes	- **par 10, 100 ou 1 000**	
Diviser un nombre **décimal** …	- **par 10** *Lors d'une division par 10, chaque chiffre du nombre initial prend une valeur 10 fois plus petite*	- **par 10, 100 ou 1 000**	

Table 2 : Repères de progressivité autour du calcul mental et de la numération Cycle 3

Compétences mathématiques visées dans la réalisation de tâches autour de cette situation.

- Savoir utiliser les regroupements et les compléments à 10 dans un problème ;
- Savoir décomposer un nombre ;
- Mobiliser les propriétés de commutativité et associativité ;
- Déterminer et mettre en forme une règle en repérant les invariants.

2. Analyse *a priori*

Objectifs

Au cycle 3 : Trouver un programme, une procédure et rédiger.
En 5e : Trouver un programme de calcul, une procédure, une expression littérale.
En 4e : Conjecturer, énoncer, formaliser, rédiger des propriétés mathématiques et les démontrer.

Connaissances mises en jeu

Les enseignants préparant une lesson study ont dégagé des objectifs et des éléments d'analyse a priori de la situation « Somme d'entiers consécutifs ».

Connaissances mathématiques en jeu	Numération, nombres entiers, caractériser des nombres entiers consécutifs Expression littérale Suite arithmétique, somme des n premiers entiers $$1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$ Décomposition d'un entier en somme de plusieurs entiers Propriétés de l'addition et de la multiplication Multiplication par 10 Divisibilité par 5
Dimension vie quotidienne (aspect modélisation)	Modélisation intra-mathématique Utilisation de la lettre Représentation visuelle On peut imaginer un problème « concret » mettant en jeu la somme de 10 entiers consécutifs : les pyramides. Taper une fois dans le sac puis 2 fois, puis 3 fois, jusqu'à 10 puis on redescend Tour de magie, calcul rapide
Place dans les progressions	CM_1 : en problème de recherche avec un aspect visuel (représentation en escalier) CM_2 - 6e : en restant sur une procédure 5e et après : expression littérale
Dimension TICE et/ou matériel	sans tableur ni calculatrice Usage contrôlé : utile pour tester mais limiter son usage Le tableur de l'enseignant pour vérifier
Démarches possibles des élèves	Preuve sans mot. Faire des regroupements « à la dizaine » mais difficilement généralisable. Regroupement « à la Gauss » Commencer par $1+2+3+\cdots+10=45$ Puis je décale de $1: 2+3+\cdots+11=45-1+11=45+10=55$ Puis encore de $1: 3+4+\cdots+12=55-2+12=55+10=65$ On remarque qu'il y a $+10$ à chaque fois… $u_1=45$ et $u_{n+1}=u_n+10$ S'appuyer sur la médiane Démarche qui mène à $10n+5$ où n est le 5e nombre Conjecturer que la somme est toujours divisible par 5

Difficultés et erreurs possibles	Le terme « consécutif » Erreurs de calcul Comprendre que l'on attend une procédure ou une expression littérale

Table 3 : Grille d'amorce d'analyse a priori, LS « Somme d'entiers consécutifs », 2024

3. Déroulement de la lesson study

Le contexte

Dans les faits, la classe est constituée d'élèves de CM_1 et de CM_2, qui seront ponctuellement répartis en groupes de 3 élèves sans distinction entre CM_1 et CM_2. La séance se déroule en plusieurs phases : phases 1 à 4 de 14h30 à 15h30 puis phase 5 de 15h45 à 16h15.

Énoncé

Voici l'énoncé fixé par le collectif d'enseignants qui est distribué aux élèves :

Série 1

Calculer le plus rapidement possible la somme de 3 nombres entiers qui se suivent.
Écrire vos traces de travail sur la feuille du groupe.
Vous pouvez choisir l'ordre que vous voulez pour résoudre les séries.

4 5 6	23 24 25	769 770 771

Figure 1 : Énoncé (Série 1) donné initialement « Somme d'entiers consécutifs », 2025

Quatre séries sont proposées avec les mêmes consignes.

Série 1 : $(4\ ;\ 5\ ;\ 6)\ ;\ (23\ ;\ 24\ ;\ 25)\ ;\ (769\ ;\ 770\ ;\ 771)$

Série 2 : $(5\ ;\ 6\ ;\ 7)\ ;\ (25\ ;\ 26\ ;\ 27)\ ;\ (309\ ;\ 310\ ;\ 311)$

Série 3 : $(2\ ;\ 3\ ;\ 4)\ ;\ (26\ ;\ 27\ ;\ 28)\ ;\ (509\ ;\ 510\ ;\ 511)$

Série 4 : $(3\ ;\ 4\ ;\ 5)\ ;\ (21\ ;\ 22\ ;\ 23)\ ;\ (109\ ;\ 110\ ;\ 111)$

Les triplets initiaux sont constitués de nombres inférieurs à 10 (couramment utilisés en calcul mental) pour faire entrer les élèves dans la tâche. Ce qui n'est pas le cas ensuite. Le troisième triplet comprend des nombres à 3 chiffres qui présentent un changement de dizaine.

Objectifs de la séance

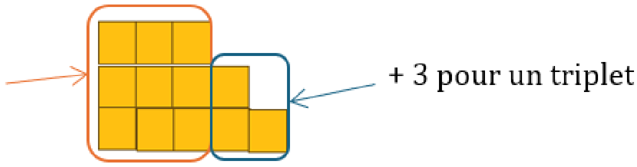
- Oser chercher ;
- Sortir de l'automatisation de l'addition posée en colonnes pour aller vers un calcul réfléchi utilisant les relations entre les nombres ;
- Proposer une procédure efficiente i.e. rapide et valable quel que soit le nombre de départ et le nombre de nombres de la série ;
- Mobiliser des procédures de calcul mental connues : les compléments à 10 ou à 100 ;
- Prendre appui sur la numération de position décimale.

Matériel

Des cubes sont prévus pour faire émerger le débat et des stratégies au sein d'un groupe qui serait bloqué (cubes ou schémas uniquement pour les petites séries).

Une représentation en escalier permet de repérer des invariants quand on ajoute 1 à un nombre du triplet

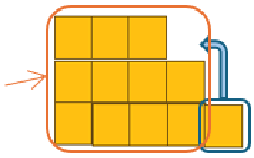
Le premier nombre du triplet multiplié par le nombre de nombres



Calculs associés :

Pour $(3\,;4\,;5)$: $3 \times 3 + 3 = 12$
Pour $(4\,;5\,;6)$: $4 \times 3 + 3 = 15$
Pour $(25\,;26;27)$: $25 \times 3 + 3 = 78$

Le nombre du milieu multiplié par le nombre de nombres



Calculs associés :

Pour $(3\,;4\,;5)$: $4 \times 3 = 12$
Pour $(4\,;5\,;6)$: $5 \times 3 = 15$
Pour $(25\,;26;27)$: $26 \times 3 = 78$

Modus operandi

Six groupes de trois élèves (mixtes CM_1 et CM_2) qui seront amenés à s'échanger des messages.

Scénario prévu

Phase 1 : (15 min) Travail en groupe sur trois séries de premiers triplets d'entiers consécutifs. Chaque élève reçoit une fiche consigne (identique au sein des groupes) et une feuille A3 pour le groupe sur laquelle les élèves doivent indiquer les calculs et leur réponse.

Phase 2 : (15 min) Mise en commun.
L'enseignant récolte uniquement les résultats et valide ces derniers.

Phase 3 : (10 min) Rédaction d'un message.
L'enseignant demande aux groupes de rédiger sur leur feuille A3 une règle qui permette de trouver rapidement la somme de trois nombres entiers qui se suivent.

Phase 4 : (10 min) Validation des messages pour le triplet $(42\,;43\,;44)$.
Situation d'émetteur/ récepteur : chaque groupe teste la procédure d'un autre groupe grâce au message rédigé précédemment sur le triplet $(42\,;43\,;44)$.
Un triplet supplémentaire est donné pour les plus rapides : $(97\,;98\,;99)$.

Pause des élèves

Phase 5 : (15 min) Institutionnalisation avec le tableau prévu en figure 2.

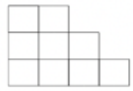
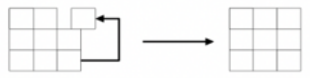
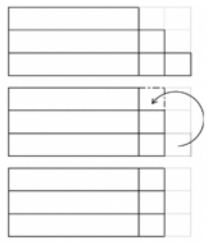
Triplet et calcul	***Messages***	***Représentations***
$(439; 440; 441)$ 440×3 $440 + 440 + 440$	Une règle qui permet de trouver rapidement la somme de trois nombres entiers qui se suivent en partant de n'importe quel nombre. Pour trouver rapidement la somme de trois nombres consécutifs, je prends le nombre du milieu que je multiplie par 3.	Les cubes manipulés sont fixés au tableau. départ  ou  

Figure 2 : Tableau prévu pour la phase 5 de bilan.

Une fois le tableau rempli, l'enseignant discute avec les élèves de la question de la généralisation de leur message à tous les nombres.

Analyse *a posteriori* du déroulement effectif

Débriefing à chaud

Que reste-t-il aux élèves après l'activité (question de l'institutionnalisation) ?
Malgré la variété des triplets, les relations entre les nombres n'ont pas été perçues par les élèves.
La prégnance de l'opération posée n'a pas empêché les élèves d'évoluer vers d'autres stratégies.

Travaux des différents groupes d'élèves

Nous exposons un panorama des productions de l'ensemble des travaux des élèves.

Phase 1 : Travail en groupe

Groupe 1 : Le groupe 1 est composé de trois élèves (A., B., M.). A. et M. donnent rapidement le résultat en s'appuyant sur des faits numériques connus mais attendent que B. fasse le calcul dans chaque situation proposée. Le groupe est le dernier à proposer sa réponse.

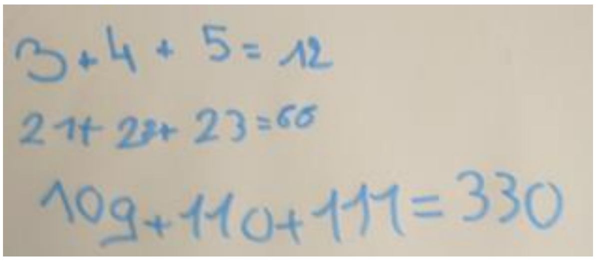


Figure 3 : Résolution de la série 4

Groupe 2 : Le groupe 2 est composé de trois élèves (N., E. et R.) performants en calcul. R. est leader dans le groupe. N. et E. font plusieurs propositions mais sans conviction et R. ne les retient pas toujours.

Ce groupe calcule rapidement les trois premiers triplets mentalement. Chaque élève calcule les trois sommes de la série 4 et tous trouvent les mêmes résultats sans débattre.

Figure 4 : résultats trouvés mentalement

Groupe 3 : Le groupe 3 est constitué de trois élèves : S., L. et A. ; S. a une grande maîtrise du calcul mental (ses résultats sont corrects mais elle éprouve des difficultés à partager ses stratégies avec le groupe) ; L. organise le travail du groupe : elle gère le support écrit et fait l'effort de reformuler ce que dit S.). A. semble passif, il joue avec son matériel et quand L. essaie de le mobiliser pour écrire sous la dictée, il ne va même pas au bout de la phrase.

Pour le premier triplet (« série 1 »), les élèves calculent « de tête ». Ensuite, le groupe additionne tout d'abord les dizaines puis les unités avec succès. Pour le dernier triplet, les élèves essaient de réutiliser la stratégie de la série précédente en additionnant les centaines, puis les dizaines puis les unités. Il n'y a pas de trace des calculs mais le résultat est correct. S. a fait tous les calculs de tête.

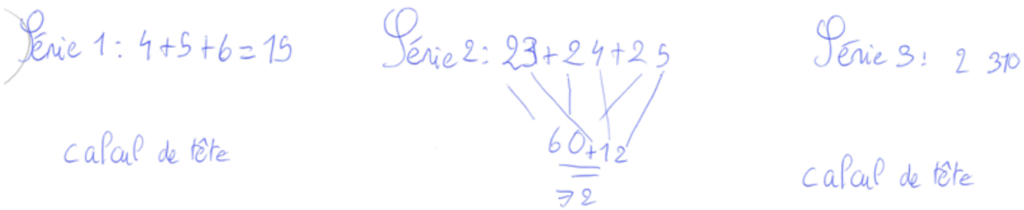


Figure 5 : trace écrite du groupe 3

Groupe 4 : Le groupe 4 est composé de trois élèves (A., L., Li. et Lo.). Dans cette phase, A. donne un résultat et L. demande s'il est sûr, ce qui permet à A. d'expliquer comment il a procédé : ajout des centaines : $300 + 300 + 300$ puis ajout de 30.

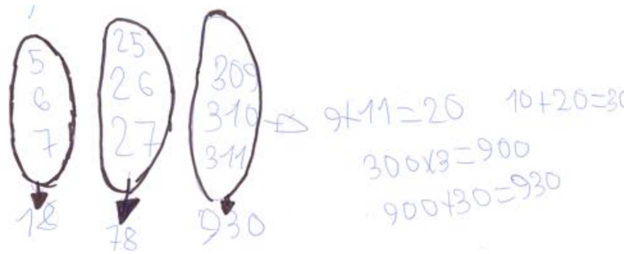


Figure 6 : réalisation avant relance de l'enseignante

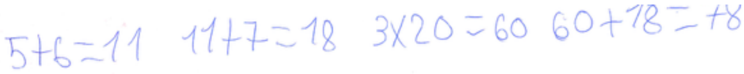


Figure 7 : Ajout après relance de l'enseignante

Groupe 5 : Le groupe 5 est composé de trois élèves (L., M., As. et A.). Ils se répartissent les trois éléments de la série 1, et A. demande aux autres : « *On va faire comment, on va les calculer en calcul posé* ? ». Cette question embarque tout le groupe dans ce type de calcul. L. choisit la 3e série et pose en colonne $769 + 770 + 771$. A pose en colonne $23 + 24 + 25$ et As pose en colonne $4 + 5 + 6$ tandis que M observe sans rien noter.

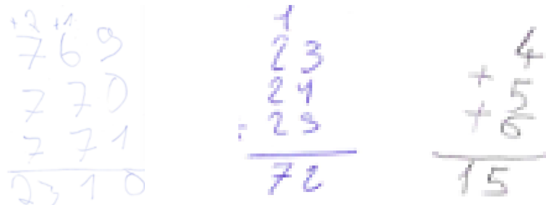


Figure 8 : démarches initiales

Phase 2 : Mise en commun et défi entre équipes

Groupe 1 : Il est le dernier à lever la main car A. et M. ont expliqué à B. comment ils faisaient et ont corrigé le résultat suite à de nombreux échanges.

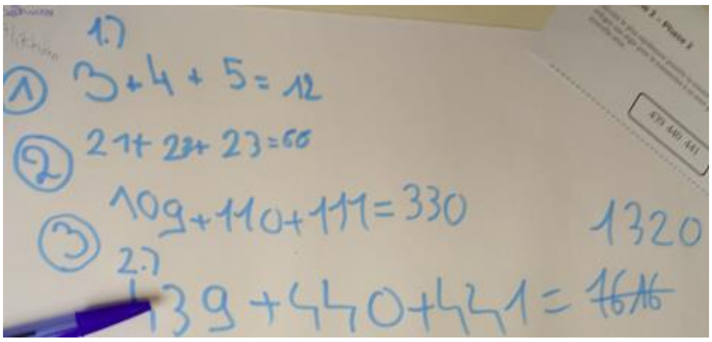


Figure 9 : résolution du défi entre groupes

Groupe 2 : Lors de ce premier bilan intermédiaire, il partage son résultat de la 3e série (respectivement $12, 66$ et 330). Sur la série commune à la classe, le groupe poursuit son calcul mental. Il arrive quatrième en ordre de rapidité et annonce 1420 pour la somme

$439 + 440 + 441$ puis aussitôt après se rétracte et annonce 1520.

R. décompose 439 en $400 + 39$. Il met de côté 39 pour calculer $400 + 440 + 441$. Il annonce 1481 (erreur dans le calcul des centaines). Il cherche ensuite $1481 + 39$. Il transfère une unité de 81 sur 39 pour simplifier le calcul en $1480 + 40$ et annonce 1520.

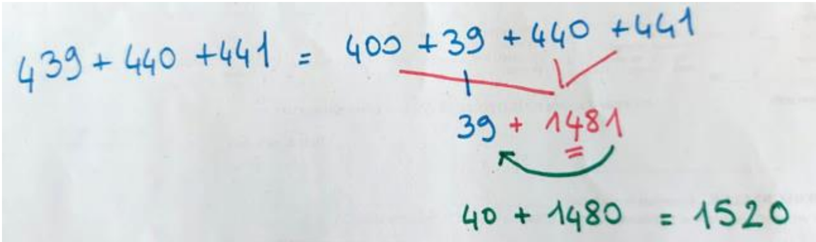


Figure 10 : représentation par l'enseignante du calcul effectué.

Groupe 3 : Le défi de rapidité entre les équipes renvoie le groupe vers sa stratégie initiale (calcul de tête) au détriment d'une stratégie écrite. S. calcule le plus efficacement, ce qui commence à agacer L. (« *Oh, non ! Tu fais tout dans ta tête !* »). Une fois que S. a levé la main pour signaler qu'elle avait trouvé, L. profite du temps pendant lequel les autres groupes finissent de calculer pour vérifier le résultat de S.

Groupe 4 : non observé

Groupe 5 : Lors du premier bilan intermédiaire, le groupe partage son résultat de cette 3e série (respectivement 15 ; 72 et 2310). Lors de la recherche sur la série commune à la classe, le groupe continue à faire les calculs en colonne et arrive 2e en ordre de rapidité et annonce 1420 comme résultat de 439+440+441.

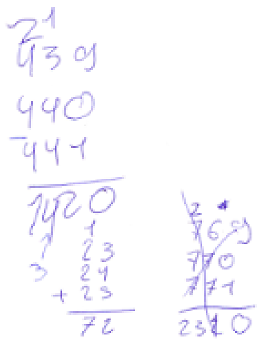


Figure 11 : calcul posé par le groupe 5.

Phase 3 : Rédaction d'un message

Groupe 1 : L'adulte observateur a réexpliqué la consigne car les élèves n'avaient pas bien compris. A. explique aussitôt sa stratégie $440\ +\ 440 + 440$ et conclut : « *C'est* 440×3 ». B. ne comprend absolument pas la logique suivie. Il a en tête l'addition posée qui l'empêche d'entrer dans la logique de A. ; M. observe et finit par expliquer que 1 bouge, il le montre à B. qui parvient semble-t-il à comprendre mais n'est pas convaincu. Les élèves mettent en mots leur procédure mais le passage à l'écrit est plus difficile : difficulté à produire une règle générale.

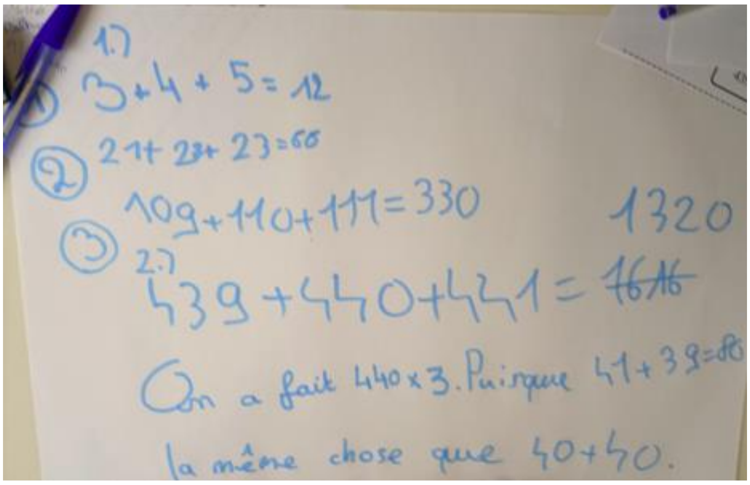


Figure 12 : production d’un message en fin de phase 3

Groupe 2 : E. propose une autre procédure : $440 + 440 + 440$ parce que « ça aurait été plus rapide » sans que cette proposition ne soit retenue. R. dit « *qu’il faut calculer déjà les centaines* ». E. dit « 1200 », puis ensuite les « *dizaines et les unités en même temps* ».

Figure 13 : production d’un message

L’enseignante demande à E d’expliquer sa procédure. Si E. propose de calculer 440 fois trois, R. se demande comment faire après pour ajouter +1 et -1

E suggère d’ajouter les centaines, les dizaines. 400 fois 3 égal 1200 et de transférer le 1 de 441 à 439. Ils tentent de rédiger leur stratégie.

R lui dit : « *On peut essayer de mettre tous les chiffres ronds et déplacer le 1, mais si on le dit comme ça, ça ne marchera pas pour les autres. Il faut écrire* « *mettre tous les chiffres à l’arrondi* » ».

R. ne comprend pas initialement la procédure qui s’appuie sur le nombre du milieu de E. mais s’en empare quand le groupe la teste sur les séries $(23;\ 24;\ 25)$ et $(47;\ 48;\ 49)$. Leur message final est le suivant :

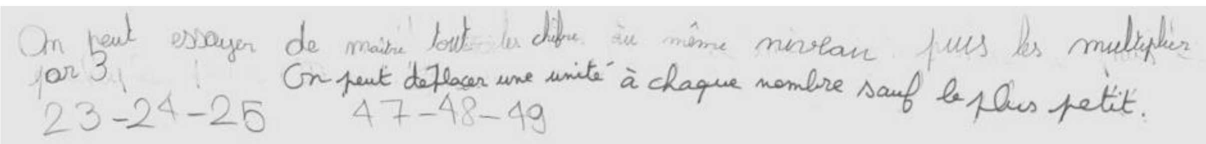


Figure 14 : message final

Groupe 3 : L’enseignante intervient dans le groupe pour faire expliciter sa stratégie mais dans un premier temps, L. reste sur la stratégie d’addition des dizaines puis des unités. L’enseignante met au défi le groupe de calculer plus vite que l’observateur du groupe pour leur montrer que leur stratégie n’est pas performante.

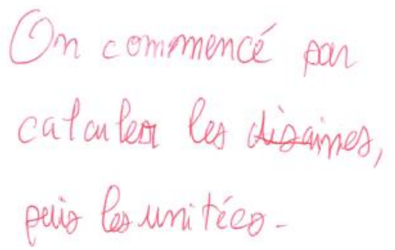


Figure 15 : message du groupe 3

Dans un second temps, S. verbalise le transfert d'une unité de 441 vers 439 dans le triplet $(439\,;\ 440\,;\ 441)$ et aboutit au produit de 440 par 3. Cela permet de rédiger un premier message. Un débat intéressant intervient alors entre S. et L. ; cette dernière est satisfaite du message produit mais S. souhaite quant à elle en apporter la preuve écrite. L. l'en empêche en lui disant : « *L'enseignante a demandé juste la règle* ».

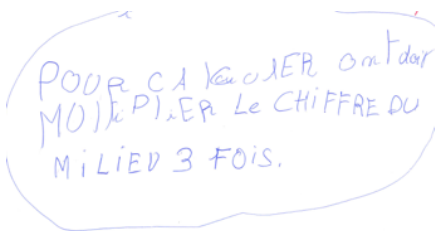


Figure 16 : second message du groupe

L'enseignante intervient une seconde fois dans le groupe pour faire expliciter la stratégie pour le triplet $(5\,;\ 6\,;\ 7)$.

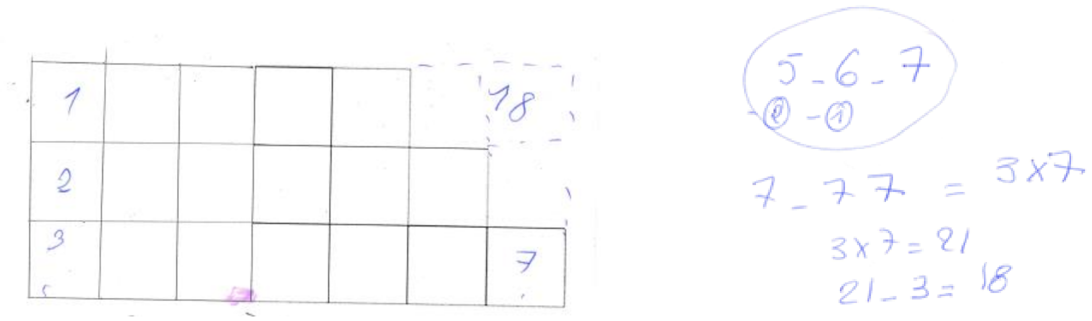


Figure 17 : production du groupe 3

Grâce au support fourni par l'enseignante, les élèves expliquent qu'ils complètent le schéma de manière à obtenir un rectangle dont ils savent calculer le nombre de carrés par multiplication $(3 \times 7 = 21)$. Ils retranchent ensuite les carrés qui ont été ajoutés $(21 - 3 = 18)$. Le groupe formule une nouvelle règle, sans pour autant la rédiger : « On multiplie le dernier nombre par 3 et on enlève 3 ».

Point de vigilance : La notation d'un triplé en séparant les nombres par des tirets (fig.17) est une notation qui a été également utilisée au tableau. Elle peut prêter à confusion : calcule-t-on des sommes ou des différences ?

Groupe 4 : Les élèves additionnent les unités, puis les dizaines et les centaines. L'enseignante intervient alors ce qui leur permet d'expliquer l'appui sur les compléments à 10 pour les unités. Puis ils remarquent que $440 + 440 + 440$, est facile à additionner. Ils déclarent : « *On a pris l'unité pour la mettre dans* 439 ». L. propose de transposer cette règle sur une autre série $(434\,;\ 435\,;\ 436)$ et A répond : « *Dans ce cas j'additionne les unités, les dizaines et les centaines.* »

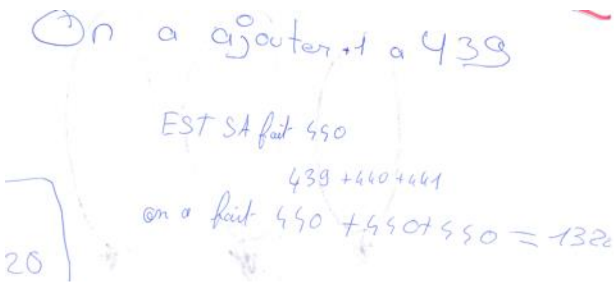


Figure 18 : message du groupe 4

Groupe 5 : Le groupe fait un retour sur 1420 et les élèves remarquent qu'ils ont fait une erreur de retenue et remplacent le chiffre des centaines par 3 sur l'opération posée en colonne. Ils échangent ensuite sur ce qui est demandé, ne sachant pas ce qu'il faut entendre par « message » ou « règle ».

L. repère et partage au groupe : « *Pour calculer* $439 + 440 + 441$, *on peut faire trois fois* 400 ». Mais A. lui rétorque que si on change de série comme $499 + 500 + 501$, sa règle ne marche plus. Elle dit à L. : *« Au pire, on fait ça, ça marche mon calcul, tu marques « On doit poser les calculs* » ».

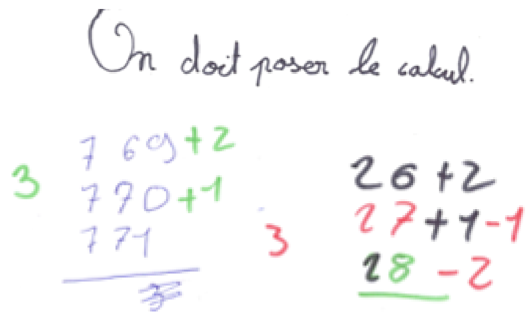


Figure 19 : message du groupe 5

Puis A. reprend son addition posée en colonne $26 + 27 + 28$. Elle propose de tout mettre à 28, en ajoutant 1 à 27 et 2 à 26 (marques en noir) ce qui fait un ajout de 3, ce qu'elle marque à côté de l'opération. Quand l'enseignante intervient dans le groupe, A. précise à tous qu'on peut aussi choisir de faire aussi $26 + 26 + 26$ et ajoute en rouge -1 et -2 sur le même calcul en rouge et marque 3 à côté et A. ajoute oralement « *Après, on enlève* 3 *».*

Phase 4 : Deuxième défi avec la règle d'un autre groupe

Le **groupe 1** reçoit la feuille du groupe 6. Les trois élèves du groupe ne comprennent pas le message reçu. L'enseignante explique ce que le groupe 6 a voulu signifier à travers le schéma proposé. Les trois élèves disent : « *Ah, ils ont fait comme nous*. »

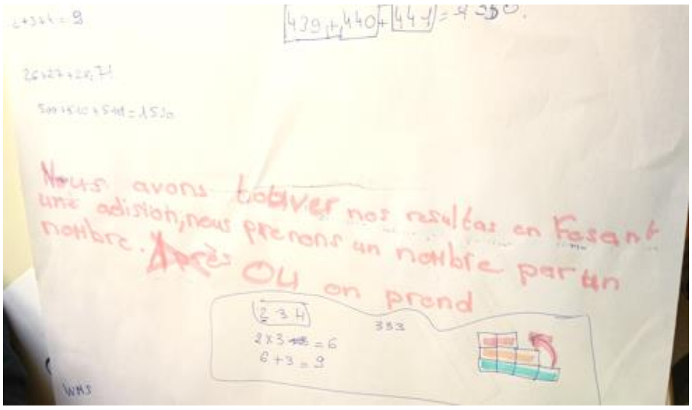


Figure 20 : message reçu du groupe 6

Pour $(42\,;43\,;44)$, l'élève A. verbalise : « *On a enlevé* 1 *à* 44 *et on a alors* 3×43 ». Il y a une erreur sur la somme 480 concernant le triplet $(97\,;\,98\,;\,99)$.C'est le résultat de A. qui est le seul à proposer un résultat. Les autres élèves n'interrogent pas la validité de cette somme.

Le **groupe 2** reçoit la feuille du groupe 1. Ils doivent calculer deux séries en utilisant la règle du groupe 1. E. identifie que la stratégie est la même que celle du groupe 2.

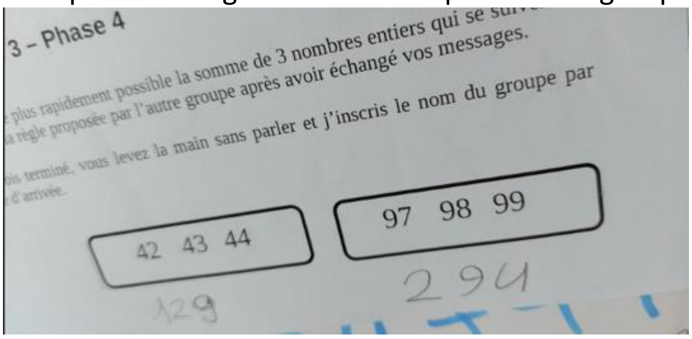


Figure 21 : Consigne (phase 4) du groupe 2

Pour la somme $42 + 43 + 44$**,** l'élève R. propose de faire 43×3 en enlevant une unité à 44. N. donne comme résultat 129 et R. lui demande de laisser calculer les autres, finalement E. confirme le résultat 129.

Pour la somme $97 + 98 + 99$, E. indique oralement au groupe : « *Ça plus ça plus ça,* 9 *fois* $3, 27, 270$*, puis* 8 *fois* 3*, ça fait* 24 *et* $270 + 24 = 294$ ».

Le **groupe 3** reçoit un message qui l'invite à « *mettre les chiffres au même niveau* ». Ce message est rapidement mis en parallèle avec la règle énoncée par S. avec le triplet $(439\,;\,440\,;\,441)$. Il y a alors scission : pour le triplet $(42\,;\,43\,;\,44)$, S. calcule 43×3 de tête, alors que L. rédige des calculs en prenant appui sur la stratégie initiale de sommes séparées des unités puis des dizaines.

Figure 22 : Calculs effectués par l'élève L (groupe 3)

Pendant qu'ils attendent les autres groupes, la question de distinguer « *chiffre ou nombre* » apparaît spontanément entre L. et S. qui questionnent alors le message qu'elles ont elles-mêmes transmis.

Le **groupe 5** reçoit la feuille du groupe 4.

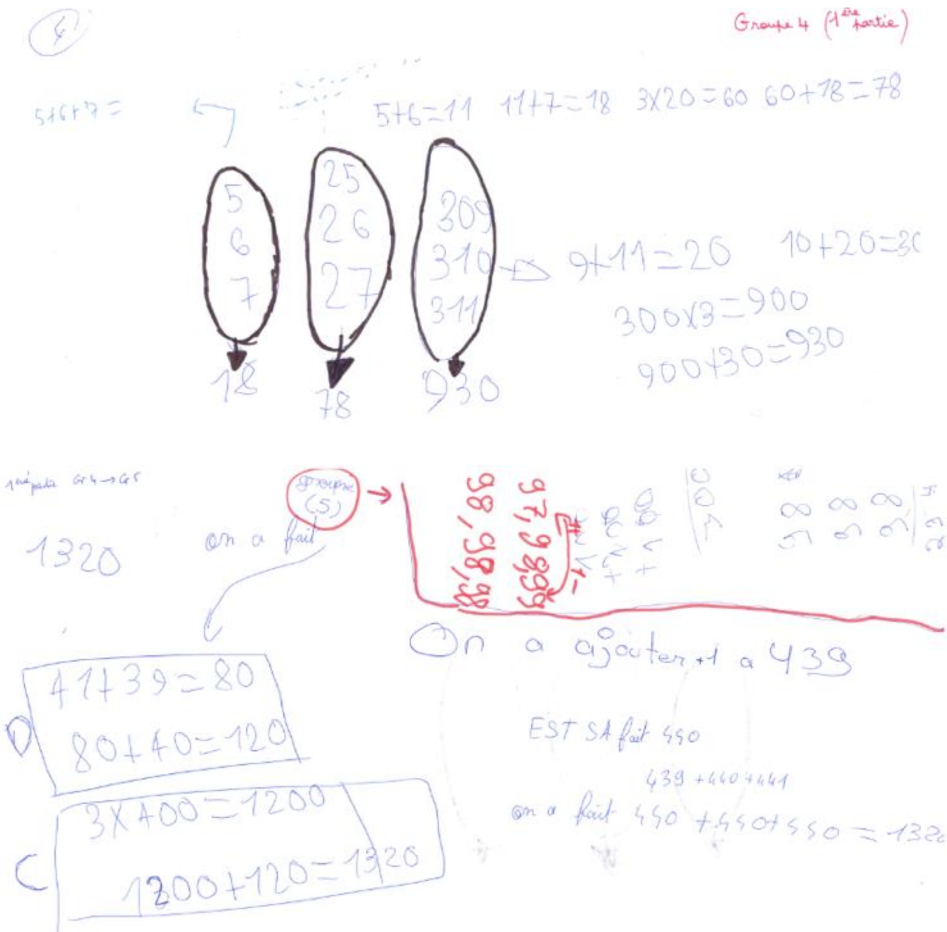


Figure 23 : production du groupe 5 dans le cadre rouge sur la feuille du groupe 4

Pour le triplet (97 ; 98 ; 99), L. dit « On a trois fois dix », reprenant son idée initiale. A. identifie des ressemblances (stratégie +1 -1) avec sa stratégie et repère que le groupe 4 a cherché à avoir trois fois le même nombre. A. réécrit sous le triplet (97 ; 98 ; 99) le triplet (98 ; 98 ; 98) puis L. poursuit le calcul en colonne de $98 + 98 + 98$ et trouve 234.

Phase 5 : Mise en commun des règles

Groupe 1 : Il s'accorde sur la règle suivante : « *On a multiplié le chiffre du milieu 3 fois. On a déplacé 1 à chaque nombre* ». L'enseignante propose de corriger la proposition pour que le lexique soit correct.

Groupe 2 : N. explique qu'on enlève une unité au nombre le plus grand. R. complète : pour le triplet $(27\ ;\ 28\ ;\ 29)$ tu enlèves une unité au 9 et tu la mets au 27. On enlève une unité au plus grand et on l'ajoute au plus petit.

Groupe 3 : La mise en commun des messages permet au groupe de vérifier que le sien est correct. Les élèves vont pouvoir le réinvestir.

Groupe 5 : A. vient expliquer sa règle à la classe sur l'exemple $26 + 27 + 28$ posé en colonne. Elle note également dans un coin de la feuille du groupe « déplace les unités ».

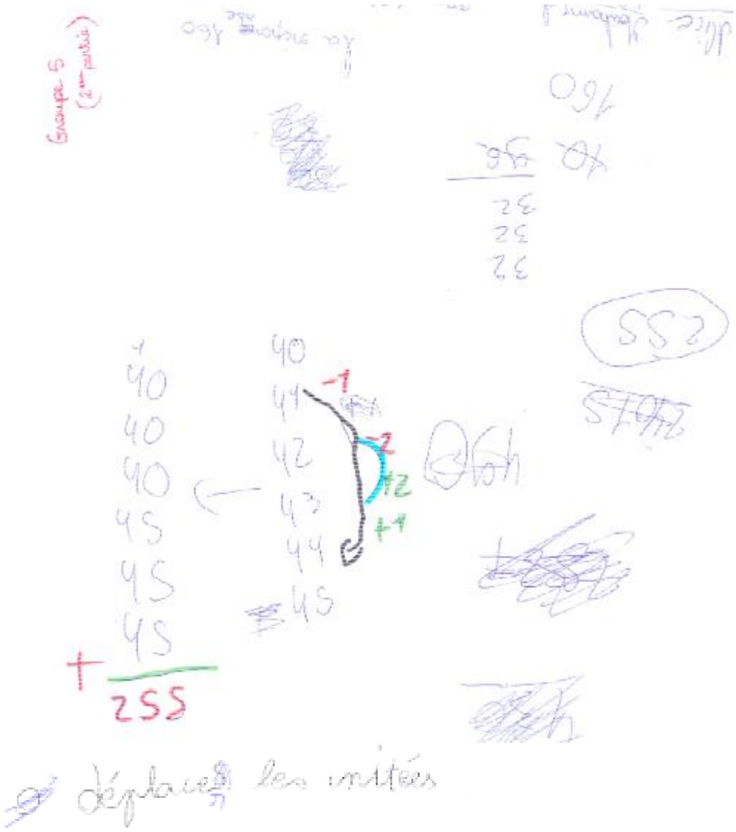


Figure 24 : production finale du groupe 5

Phase 6 : Somme de 5 nombres entiers consécutifs

Groupe 1 : Pour le calcul de la somme de la série des 5 nombres $30 + 31 + 32 + 33 + 34$, A. et M. effectuent le calcul mental s'appuyant sur $30 +\ 30 +\ 30 +\ 30\ + 30$ et la somme des unités.

Groupe 2 : Pour le calcul de la somme de la série des 5 nombres $30+31+32+33+34$, R. dit « *On peut essayer de mettre tout à* 35 *: le 1 du* 31 *au* 35*, le* 2 *du* 32 *au* 33*, ça fait* $30, 30, 30, 90$ *et ensuite* 35*,* 125 *et* 25 *aussi) ça fait* 150 ». Il y a confusion entre 35 et 25. Ses camarades, d'accord avec lui, lèvent la main. R. écrit son raisonnement en transformant les nombres pour obtenir 3×30 et 2×35 (31 devient 30 et 34 devient $35, 32$ devient 30 et 33 devient 35).

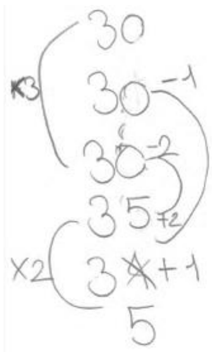


Figure 25 : trace de la stratégie « mise à niveau des nombres » utilisée par R.

Groupe 3 : Le message du groupe ayant été validé, les élèves le transfèrent très rapidement à la somme de cinq nombres. Ils sont performants sur les calculs mais il n'y en a pas de trace écrite.

Groupe 5 : Pour le calcul de la somme de la série des 5 nombres $30 + 31 + 32 + 33 + 34$, A. pose en colonne $32 + 32 + 32$ et trouve 96, transposant partiellement la règle écrite au tableau pour 3 entiers qui se suivent. Le groupe 5 lève la main en premier, annonce 96 puis se rétracte car L calcule 5 fois 30 et dit que ça fait déjà 150. L ajoute $1 + 2 + 3 + 4$ ensuite et la somme est modifiée par le groupe qui annonce 160.

Phase 7 : Somme de 6 nombres entiers consécutifs

Groupe 1 : Pour le calcul de la somme de la série des 6 nombres $40 + 41 + 42 + 43 + 44 + 45$, le groupe propose 252. Il n'y a plus d'observateur pour noter leur démarche.

Groupe 2 : Pour la somme $40 + 41 + 42 + 43 + 44 + 45$, le groupe écrit la liste des nombres consécutifs en colonne, y réalise des bascules $+1$ -1 et $+2$ -2 (voir ci-dessous), calcule ensuite $40 + 40 + 40 + 45 + 45$ et trouve 255.

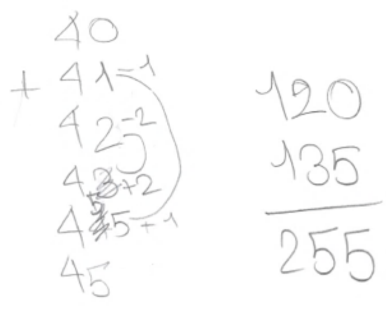


Figure 26 : stratégie « mise à niveau des nombres » utilisée par R pour six nombres consécutifs

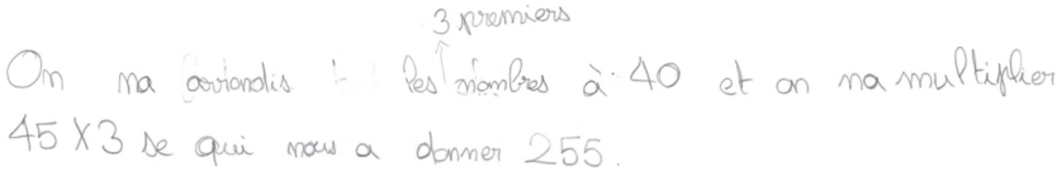


Figure 27 : verbalisation de la stratégie.

À la demande de l'enseignante, N. explique sa stratégie : répéter le plus petit nombre puis répartir toutes les unités. R. demande à N. où il trouve toutes ces unités puisqu'il ne peut pas les inventer. R. demande à N. de dessiner comment il aurait fait. R. lui demande : *« Tu aurais fait* 5 *fois* 40 *et tu ajoutes les* 5 *ensuite ? Du coup tu aurais fait* 43×5 *plus* 42. *»*

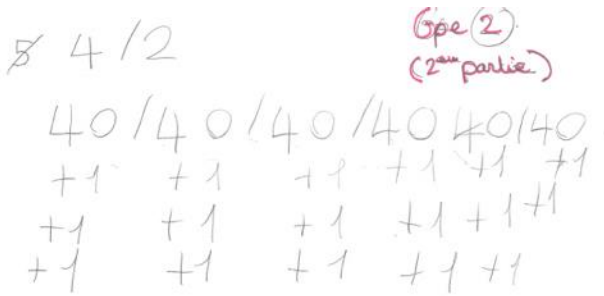


Figure 28 : stratégie de N.

Groupe 4 : Pour la somme $40 + 41 + 42 + 43 + 44 + 45$, le groupe fait $6 \times 40 = 240$ et additionne les unités $240 + 15$.

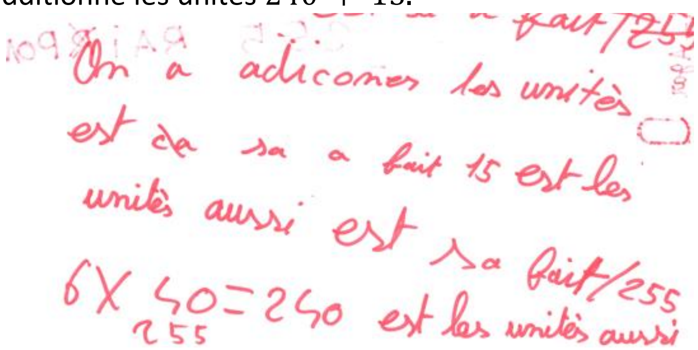


Figure 29 : message du groupe 4

Groupe 5 : Pour la somme $40 + 41 + 42 + 43 + 44 + 45$, le groupe réalise la même procédure que le groupe 2.

Restructuration a posteriori du scénario

Le collectif s'est interrogé sur la question du leadership et la vitesse attendue (freins ou des leviers ?) ainsi que sur comment avoir plus de règles qui émergent en classe. Faut-il repenser l'articulation entre le travail individuel et celui de groupe ?

La première consigne donnée questionne l'efficacité par rapport au résultat, ce qui est le cas dans le groupe 3. La preuve et le défi de vitesse étaient parfois en conflit par rapport à nos objectifs, et peut être que la leçon aurait gagné en efficacité en aménageant deux temps

distincts. Un critère pour l'étude de la première série est qu'il n'y a pas de vitesse attendue. Ce temps n'est pas consacré à expliciter sa procédure, il n'y a pas de hiérarchisation : il s'agissait de relever le nombre de procédures trouvées par les élèves dans la classe.
Une modalité discutée *a posteriori* est le mode « bavardage mathématique » où l'élève a le poing fermé le long de la poitrine au départ. Il lève un pouce pour signifier qu'il a trouvé une façon de calculer, deux doigts pour deux procédures etc… Dans cette première phase, tout se passerait ainsi dans le silence.

Concernant le bilan, une trace écrite alternative est *a posteriori* suggérée comme alternative à celle du jour de la séance :

On choisit le nombre le plus simple à multiplier par trois.
Si c'est celui du centre, on le multiplie par 3 et on a fini : $(439\ ;\ 440\ ;\ 441)$
Si c'est le premier on le multiplie par 3 et on ajoute3 : $(5\ ;\ 6\ ;\ 7)$
Si c'est le dernier on le multiplie par 3 et on enlève 3: $(18\ ;19\ ;\ 20)$

Figure 30 : trace écrite repensée

Nous nous sommes interrogés sur des représentations pour compléter cette trace écrite ainsi que sur le concept de nombres consécutifs qui pour certains élèves correspond bien à des nombres qui se suivent mais pour qui l'ajout de 1 n'est pas toujours clair. Les représentations imaginées avec des éléments déplaçables et différents cas de figure doivent permettre d'aider à cette construction. L'idée est d'illustrer trois stratégies.

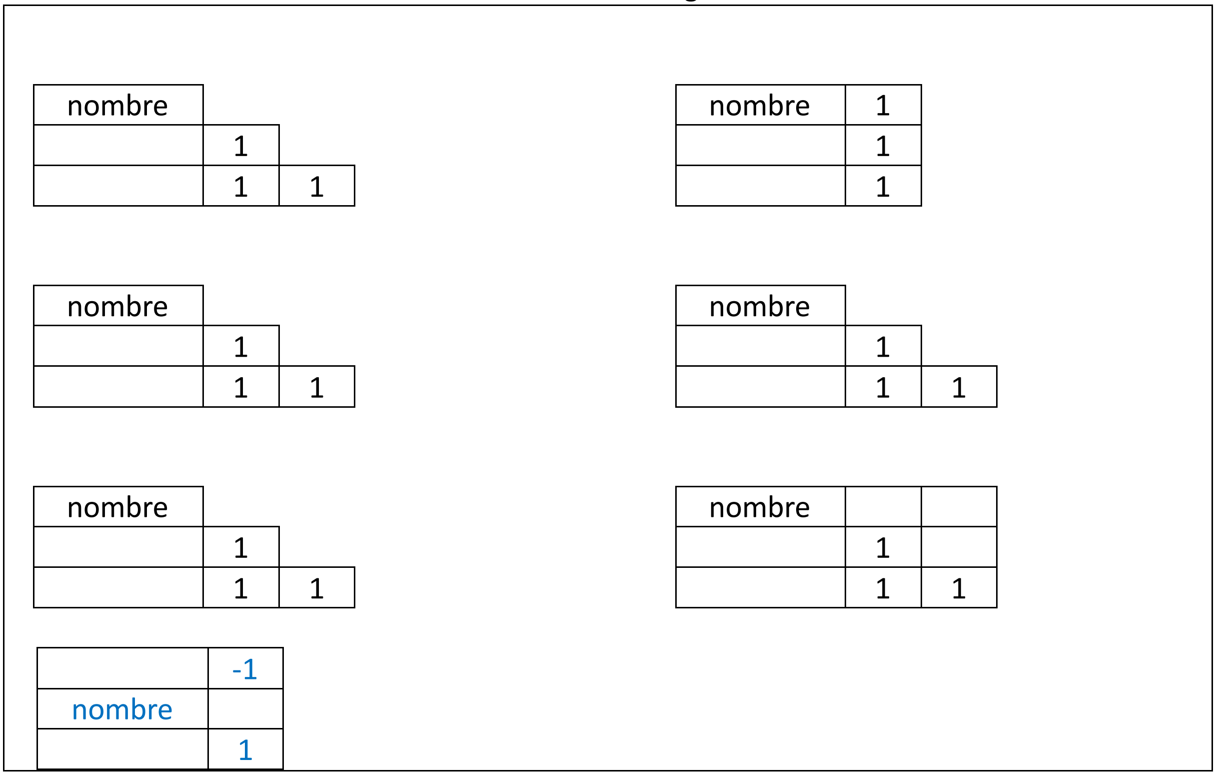


Figure 31 : représentations imaginées a posteriori

Nous notons la différence entre la manipulation de cubes unités déplaçables (que certains groupes ont utilisés) dont l'aspect dynamique est figé par les représentations ci-dessus. Des flèches ajoutées permettraient de matérialiser des déplacements ou transferts d'unités.

En prolongement, une question pourrait être posée : pour la bascule sur le 440, prouver que votre stratégie est efficace.

Analyse de la phase de bilan et d'institutionnalisation

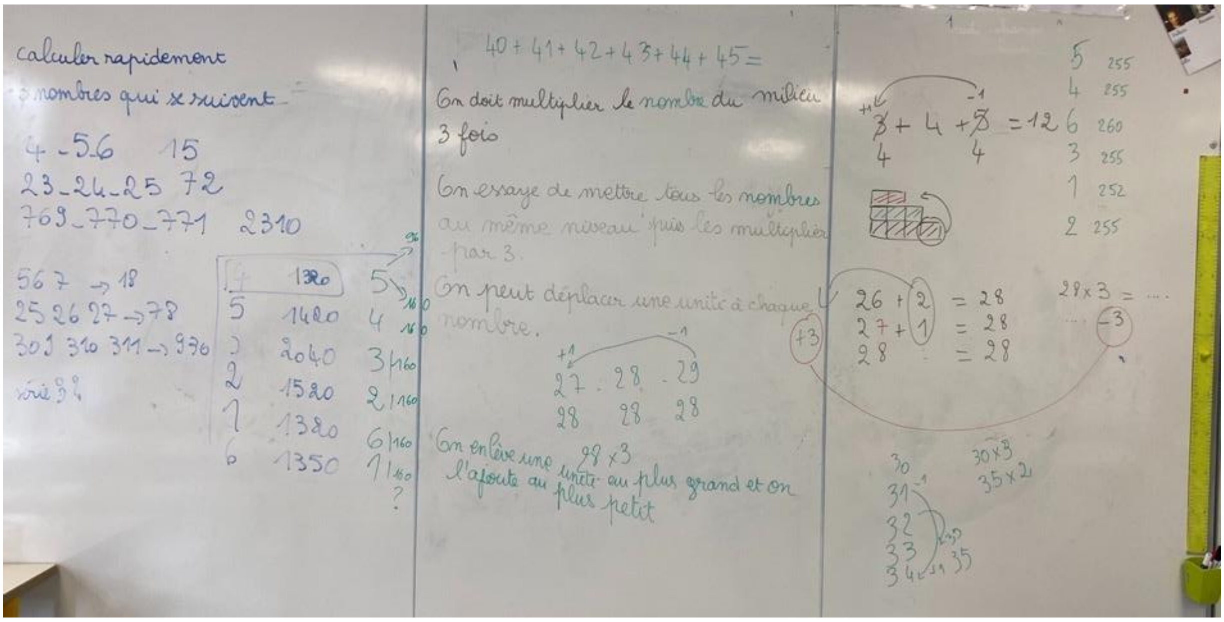
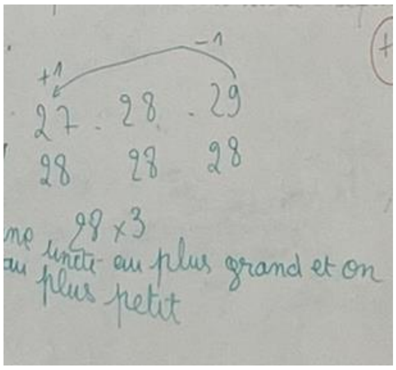


Figure 32 : photo du tableau en fin de séance

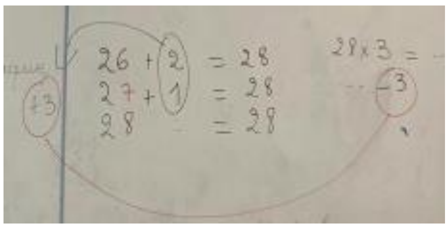
Une alternative consiste à aller plus loin dans la preuve dans la partie centrale du tableau. En effet, *a posteriori*, nous avons pensé qu'un ajout d'écritures enrichirait la preuve tout en prenant appui sur un travail autour des égalités en redonnant les propriétés utilisées comme suit :

En dessous de la représentation ci-contre (avec $+1$ -1 et la flèche) et en dessous de la phrase : *« On enlève une unité au plus grand et on l'ajoute au plus petit*. »



$$\begin{aligned} 27+28+29 &= (28-1)+28+(28+1) \\ &= 28+28+28+1-1 \\ &= 3\times 28+0 \\ &= 3\times 28 \end{aligned}$$

Nous pourrions faire de même sur le tableau de droite en complétant la règle de l'élève A du groupe 5 avec $+3$ et -3.



$$\begin{aligned} 26+27+28 &= (28-2)+(28-1)+28 \\ &= 28+28+28-2-1 \\ &= 3\times 28\ -3 \end{aligned}$$

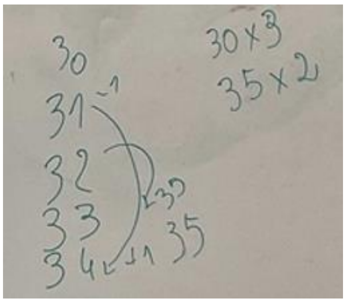
Par associativité puis commutativité.

Puis poursuivre ainsi :

$$\begin{aligned} 26+27+28 &= 3\times 28\ -3\times 1 \\ &= 3\times\ (28-1) \\ &= 3\times 27 \end{aligned}$$

Pour la somme de cinq entiers consécutifs comme $30 + 31 + 32 + 33 + 34$, la procédure proposée par un élève pourrait être enrichie par les égalités suivantes :

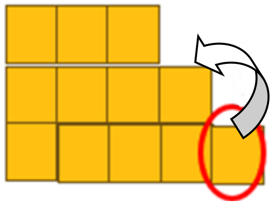
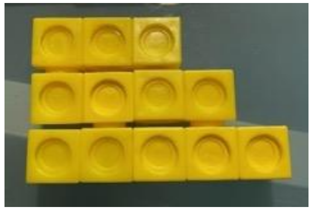
$$\begin{aligned} 30 + 31 + 32 + 33 + 34 &= 30 + 30 + 1 + 30 + 2 + 33 + 34 \\ &= 30 + 30 + 30 + (2 + 33) + (1 + 34) \\ &= 30 \times 3 + 35 + 35 \\ &= 30 \times 3 + 35 \times 2 \end{aligned}$$



Grille d'Interventions possibles de l'enseignant

Elle précise des interventions imaginées en amont de la séance afin de débloquer, ou répondre à des questions que pourrait soulever la situation en classe.

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions de l'enseignant	Effets attendus, buts
0	Des élèves demandent ce que signifie « somme » « qui se suivent ».	Faire donner des exemples par les élèves. Insister sur le critère de rapidité (discriminant pour valider les procédures).	Engager les élèves dans la recherche.
1	Des élèves ne parviennent pas à faire le calcul.	L'enseignant donne à voir une ou deux procédures différentes initiées par un ou deux groupes sans se limiter à l'addition posée.	Faire émerger quelques procédures parmi : • Addition en colonnes ou en ligne, posée ou de tête • Arbres à calcul • Décomposition • Appuis sur les compléments à 10, à 100 Illustrer des relations entre les nombres.
1	Certains élèves se « reposent » sur les autres membres du groupe.	Rappeler le fait que chaque élève doit être capable de donner une explication (représentant tiré au sort).	Chaque élève s'engage dans une procédure.
2	Les élèves continuent à utiliser l'algorithme de l'addition posée.	Ne pas intervenir dans cette phase : laisser faire dans une certaine proportion.	Les élèves débattent de leur procédure propre.
3	Les élèves proposent rapidement la stratégie avec le nombre du milieu.	L'enseignant demande de calculer : $13+14+15+16$	Réinterroger la stratégie trouvée pour trois et cinq nombres entiers consécutifs (le nombre du « milieu » n'est pas un entier).
3	Les élèves utilisent une unique stratégie : addition successive des nombres de la série dans l'ordre croissant.	L'enseignant demande de calculer le plus rapidement possible (chronométré) : $96+97+98$	Montrer que la stratégie n'est pas toujours efficace : potentiellement longue et source d'erreurs. Amener les élèves à considérer les relations entre les nombres (trouver des décompositions additives pertinentes).

3	Un élève/groupe ne parvient pas à expliquer sa stratégie.	L'enseignant donne simultanément des cubes emboitables et la représentation suivante :  	Produire un message traduisant la manipulation réalisée (« j'enlève un, j'ajoute un »).  
3	Un élève/groupe ne parvient pas à transcrire sa stratégie de l'oral à l'écrit.	Dire aux élèves de lister les étapes (au lieu de rédiger un texte) Utiliser la dictée à l'adulte ou des logiciels de type prédicteurs de mots ou dictées vocales.	Produire un message écrit avec étayage.
4	Un groupe résout sans utiliser le message reçu.	Leur demander de vérifier le résultat trouvé en utilisant le message reçu. Le résultat est-il le même ?	Comparaison de deux procédures pour en mesurer l'efficacité.
4	Les élèves ne comprennent pas le message reçu.	Proposer d'aller voir le groupe « émetteur » pour leur demander des explications.	Echanges entre pair, débat mathématique et découverte d'une nouvelle procédure.
4	La procédure reçue est identique à celle émise.	Donner le deuxième triplet pour la tester : $97 + 98 + 99$	Faire émerger de nouvelles procédures liées aux nombres en jeu (ici, compléments à 100).
5	Une seule des 2 stratégies émerge : compensation ou appui sur le « nombre du milieu ».	L'enseignant propose de découvrir l'autre stratégie en s'appuyant sur une somme particulière ou sur un schéma.	Enrichir les procédures de la classe. Structurer une preuve sur un exemple ou un schéma.

4. Le mot de l'équipe de formation-recherche

Voici un retour sur les questions soulevées par « la situation » lors de la lesson study.

La question des conversions de registres de représentation

Dans un article de 1993, Duval souligne le rôle essentiel joué par les représentations sémiotiques dans l'activité cognitive. Elles soutiennent à la fois la conceptualisation et la mise en œuvre des concepts (dans notre cas des nombres entiers consécutifs), ainsi que le développement de leur représentations mentales. Elles permettent de produire des connaissances (ici autour de la preuve via l'élaboration d'un message).
Par exemple, le nombre six peut être décrit en langage naturel, ou avec une représentation symbolique (constellation du dé) ou encore géométrique :

six	6			
Registre du langage naturel	Registre algébrique	Registre de la constellation du dé	Registre géométrique	Registre des « doigts de la main »

Figure 33 : Différents registres de représentation du six

Duval précise que pour chaque concept mathématique, plusieurs représentations sémiotiques différentes existent, et ne sont pas susceptibles des mêmes traitements. L'auteur préconise de coordonner différents registres de représentation (au moins deux) en procédant à des conversions d'une représentation dans une autre, cette conversion permettant une meilleure conceptualisation et ainsi produisant des connaissances.

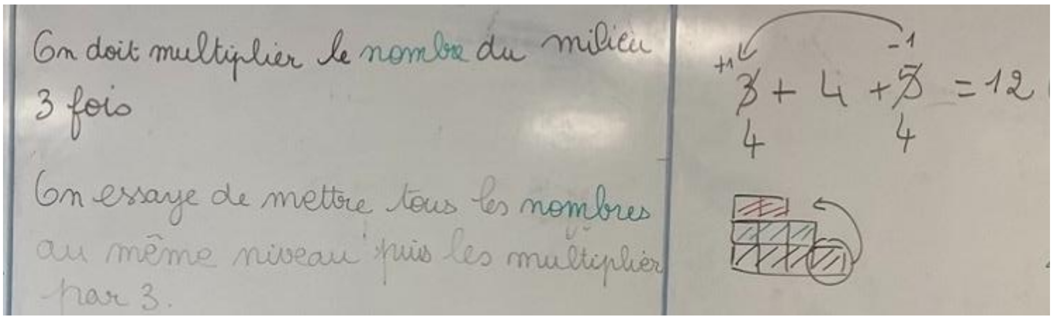


Figure 34 : extrait du tableau final

Dans l'extrait du tableau final (fig.34), trois registres de représentations. Le langage naturel à gauche, celui algébrique et le géométrique à droite sont bien présents mais leur articulation n'est pas facilitée car ils ne portant pas sur un même exemple générique. En effet, nous avons deux triplets en jeu : $(3\,;4\,;5)$ et $(2\,;3\,;4)$.
Les représentations repensées a *posteriori* en fig. 33 (p.25) visent à enrichir les jeux de registres possibles dans cette situation d'enseignement autour de la preuve.

Apports des jeux de mise en commun en classe

Douaire & Hubert (2000-2001) ont analysé la situation *« les trois nombres qui se suivent »* pour explorer les enjeux des mises en commun en classe de mathématiques au cycle 3. Ils illustrent dans l'article comment les élèves peuvent être amenés à argumenter sur des propriétés numériques, à confronter leurs points de vue, et à construire collectivement une preuve. Les objectifs principaux de ce travail de recherche sont l'identification des caractéristiques des mises en commun et de leur rôle dans l'apprentissage, l'analyse des compétences des élèves mobilisées lors de ces phases de débat (argumentation, écoute, reformulation, etc.) ainsi que la mise en lumière des difficultés rencontrées par les enseignants, en particulier les enseignants débutants, dans la gestion de ces moments collectifs.

Concernant les mises en commun, il ressort que ces phases permettent aux élèves de confronter leurs stratégies, leurs erreurs et leurs raisonnements et qu'elles favorisent l'émergence de l'argumentation, essentielle pour la construction de preuves et la validation collective des solutions.

L'article souligne également l'importance de développer chez les élèves des compétences telles que la formulation d'hypothèses et leur justification, la critique constructive des propositions des pairs ainsi que la reformulation pour clarifier ou approfondir un raisonnement. Ce point, travaillé lors de notre Lesson Study, nous a montré la nécessité d'y recourir sur plusieurs situations égrainées toute l'année.

Plusieurs difficultés rencontrées par les enseignants sont identifiées : gérer le temps et l'espace de parole pour que tous les élèves participent, éviter que la mise en commun ne se transforme en simple correction collective, sans réel débat et accompagner les élèves vers une argumentation rigoureuse, sans imposer la solution attendue trop rapidement. Enfin, le lecteur pourra trouver dans cet article d'autres pistes concrètes pour développer l'oral et l'argumentation en mathématiques, avec des exemples analysés et des retours d'expérience.

Le coin de l'inclusion

Pour mieux inclure des élèves à besoins particulier qui auraient besoin d'un soutien au niveau de l'écriture, il est possible d'envisager un logiciel de synthèse vocale. La circonscription ASH-DSDEN14 a répertorié[1] plusieurs outils numériques existants de ce type (pp. qui pourraient soutenir le travail mathématique autour de la preuve. La mise en groupe permet également aux élèves qui ont des difficultés à écrire d'oraliser et de les dédouaner de cette tâche tout en offfrant un espace d'échanges où d'autres membres du groupe pourront se faire le relai des idées de tous pour écrire la synthèse du groupe.

Temps de validation

Le chercheur Miyakawa (2025), à propos d'une autre situation « Les neuf carrés » compare une Lesson Study réalisée en Suisse et au Japon. autour de la question de la validation. Son analyse met en évidence des différences des temps de validation des réponses des élèves dans

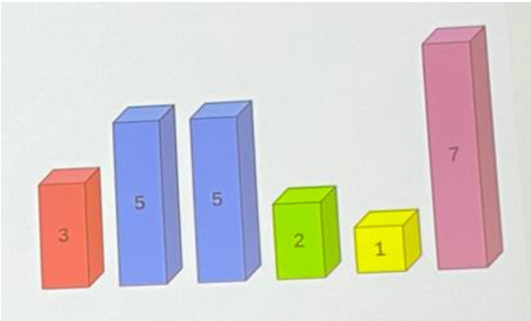
[1] https://prim14.ac-normandie.fr/des-outils-numeriques-gratuits-pour-accompagner-les-eleves-a-besoins-educatifs (p.5 du pdf)

les scénarii : au Japon elle est réalisée durant la phase de recherche et de bilan tandis qu'en Suisse, celle-ci est principalement actionnée durant la phase de recherche : elle diffère entre les deux contextes. Cette analyse nous renvoie et nous interroge sur le rôle donné à l'enseignant dans nos différentes phases de scénario. Dans notre grille d'intervention de l'enseignant (pp. 22-23), certaines interventions ont l'intention de faire conscientiser aux élèves par exemple une impossible généralisation de leur conjecture énoncée pour une somme de 3 entiers consécutifs en reconsidérant le nombre d'entiers. Ceci a été également proposé en phase de bilan.

Une situation proche pour travailler la preuve à plus long terme.

Voici un prolongement qui nous semble pertinent à travailler avec les élèves sur un temps plus long. Il s'agit du **jeu des deux tours**, il s'inspire d'un exposé réalisé à Angers au congrès Math.en.JEANS[2] Grand Ouest en mars 2025.

Nous disposons de plusieurs briques à base carrée.
La hauteur des briques est un entier naturel.



L'objectif est de former deux tours « idéalement » de même hauteur.
Toutes les briques doivent être utilisées.

Figure 35 : énoncé du jeu des deux tours

Les hauteurs des briques sont des nombres entiers consécutifs.

<u>Exemples</u>
Avec les briques : $3, 4, 5$ et 6
Tour 1 : $3 + 6 = 9$ Tour 2 : $4 + 5 = 9$ Les deux tours font la même hauteur

Les élèves seront amenés à distinguer différentes configurations de suites de nombres.

<u>*Si le nombre de briques est un multiple de 4 : configuration de type 4k*</u>

<u>Exemple</u> : les briques sont 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 et 15.
Étape 1 :

- Tour 1 : $8 + 15 = 23$ il reste à placer 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14
- Tour 2 : $9 + 14 = 23$ il reste à placer 10 ; 11 ; 12 ; 13

Étape 2 :

[2] Il s'agit d'une association qui permet aux élèves d'école, de collège ou lycée de développer des recherches en mathématiques sur un sujet proposé par un chercheur qui les accompagne toute l'année. https://www.mathenjeans.fr/

- Tour 1 : $23 + (10 + 13) = 46$ il reste à placer 11 ; 12
- Tour 2 : $23 + (11 + 12) = 46$ tout est placé.

Il semble toujours possible de construire deux tours de même taille.
La preuve peut s'établir avec les tours de hauteurs : n ; $n + 1$; $n + 2$; $n + 3$
Tour 1 : $n + n + 3 = 2n + 3$ et Tour 2 : $n + 1 + n + 2 = 2n + 3$

<u>Si le nombre de briques est un multiple de 4 +1 : configuration de type 4k+1</u>

Exemple : les briques sont 5 ; 6 ;7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13.
Tour 1 : $5 + 13 + 7 + 11 = 36$
Tour 2 : $6 + 12 + 8 + 10 = 36$
Il reste la brique 9
On ne peut diviser le reste (ici 9) par 2 donc on prend le nombre qui s'en approche (ici 4 et 5) : si l'un des deux est dans la suite (ici 5), alors il est possible de construire deux tours d'un écart de 1. On obtient :
Tour 1 : $13 + 7 + 11 + 9 = 40$
Tour 2 : $6 + 12 + 8 + 10 + 5 = 41$
Les élèves peuvent conjecturer qu'il est possible de construire deux tours de même taille seulement si la suite commence par un nombre pair.
D'autres conjectures peuvent émerger pour des configurations de type $4k + 2$ et $4k + 3$.

6. Conclusion

En conclusion, la situation travaillée sur la somme d'entiers consécutifs permet le développement d'un travail riche tant elle permet de dévoiler des enjeux de la preuve en mathématiques. Le travail sur la preuve est une réelle nécessité dès l'école élémentaire et permet de préparer les élèves à argumenter, à établir des premiers raisonnements, à initier des formulations de conjectures, et à travailler la question de la validation de la preuve tout en croisant à cet effet des contre-exemples.
Pour être efficace, cet enseignement doit s'inscrire dans une continuité entre l'école, le collège et le lycée où au fil du temps, la preuve a une place grandissante.
Nous invitons le lecteur à lire également le cahier de Lesson Study concernant la même situation réalisée cette fois au Cycle 4 : il pourra y repérer d'autres éléments mobilisés (dans le domaine algébrique), pour répondre à la situation avec un autre choix collectif de scénario.
Enfin, nous vous souhaitons de belles expériences autour de la preuve dans vos classes ou en formation d'enseignants. Enfin le lecteur curieux de ce que sont des niveaux de preuve pourra observer le diaporama issu d'un atelier réalisé lors de la journée de l'IREM de Rouen 2026. Il analyse des productions issues de cette Lesson Study avec différents niveaux de preuve investis lors d'une même séance, et interroge le rôle de l'enseignant dans l'accompagnement des élèves dans ces niveaux.

Remerciements

L'équipe de formation-recherche tient à remercier non seulement les acteurs de terrain investis dans cette lesson study (élèves et enseignants impliqués dans la formation, les chercheurs présents, mais aussi les acteurs de l'ombre sans qui ce type de formation n'aurait

pas vu le jour, à savoir l'Inspection de l'Education Nationale de la circonscription de Hérouville, ainsi que l'équipe de direction administrative de l'école Langevin de Mondeville. Nous tenons à remercier les membres du laboratoire de recherche LDAR et du groupe « Activités » l'IREM de Rouen impliqués de près ou de loin dans cette formation d'un nouveau genre.

Bibliographie

Douaire, J. & Hubert, C. (2001), *Mises en commun et argumentation en mathématiques*, Grand N, n°68, pp 29 à 40.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 5, pp. 37-65).

Miyakawa, T. (2025), Aspects culturels de l'enseignement des mathématiques au-delà de la Lesson Study japonaise. *In Masselin, B., Di Fabio,A., Grenier-Boley, N., Vivier L. (2025) Actes du second séminaire de Lesson Study, Université de Normandie, 13 novembre 2024.* https://hal.science/hal-05157853v1/document

Rahain, S. & Esnoult, L. (2024), Liste non exhaustive de logiciels gratuits par fonction pour ordinateur, Pôle Pédagogique pour le Handicap, ASH – DSDEN 14, https://prim14.ac-normandie.fr/des-outils-numeriques-gratuits-pour-accompagner-les-eleves-a-besoins-educatifs