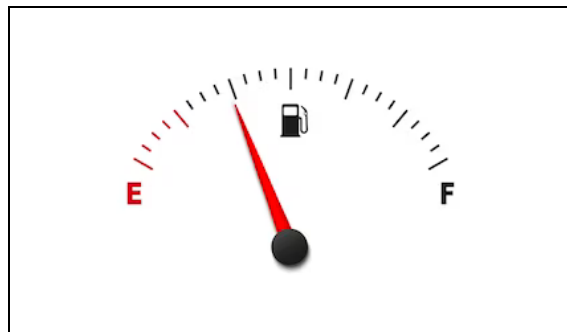


Cahier de Lesson Study

Année 2022-2023

« Jauge »



Co-écrit par :

Les enseignants du groupe Activités-Lesson Study de l'IREM de Rouen, participants à cette LS en 2022-2023

Caroline Beaudet, Hélène Declercq, Sylvain Duthil, Frédéric Hartmann, Octavia Lefebvre, Jordan Martin, Marion Guérin, Blandine Masselin, Stéphanie Osmont, Catherine Turquetille

L'équipe de formation-recherche :

Le groupe « Activités-Lesson Study » de l'IREM de Rouen

Le(s) chercheur(s) Blandine Masselin & Christine Choquet

Avec le soutien de :



LABORATOIRE
DE DIDACTIQUE
ANDRÉ REVUZ

RECHERCHE
EN DIDACTIQUE
DES SCIENCES

Table des matières

« JAUGE »	1
1. INTRODUCTION	2
<i>Retour sur l'objet jauge et son fonctionnement</i>	3
<i>Retour des premières expérimentations individuelles sur la jauge</i>	4
2. ANALYSE A PRIORI	6
<i>Objectifs</i>	6
<i>Connaissances mises en jeu</i>	6
3. DEROULEMENT DE LA LESSON STUDY	8
<i>Contexte</i>	8
<i>Objectifs de cette séance</i>	8
<i>Énoncé</i>	8
<i>Matériel</i>	8
<i>Modus operandi</i>	8
<i>Scénario prévu</i>	8
ANALYSE A POSTERIORI DU DEROULEMENT EFFECTIF	10
<i>Débriefing à chaud</i>	10
<i>Travaux des différents groupes d'élèves</i>	10
<i>Analyse a posteriori du scénario</i>	16
<i>Analyse de la phase de bilan et d'institutionnalisation</i>	17
RESTRUCTURATION A POSTERIORI DE L'ORGANISATION DU BILAN ET TABLEAU	20
4. GRILLE D'INTERVENTIONS POSSIBLES DE L'ENSEIGNANT	21
5. LE MOT DE L'EQUIPE DE FORMATION-RECHERCHE	24
<i>Des rapprochements avec la droite graduée, plus familière des élèves.</i>	24
<i>La question du lien entre la jauge et le réservoir.</i>	25
<i>La question d'une progression en amont autour de la droite graduée</i>	25
<i>Une autre situation dérivée de la jauge</i>	25
<i>Comment questionner la fraction nombre en fin de cycle 3 ?</i>	26
<i>La droite graduée comme support d'automatismes</i>	28
<i>Autres apports didactiques :</i>	29
<i>La question du choix de modèle mathématique</i>	30
6. CONCLUSION	30
REMERCIEMENTS	31
BIBLIOGRAPHIE, SITOGRAPHIE	31
<i>Annexe 1 : Retours sur diverses versions d'énoncés de la « jauge »</i>	32
<i>Annexe 2 : Dessin mystère (extrait Jeu École 3) et dessin gradué (extrait Jeu École 1)</i>	37

1. Introduction

La situation « Jauge », pourquoi ?

Le groupe Lesson Study de l'IREM de Rouen a choisi une problématique de travail pour l'année 2022-2023. Ce collectif étant composé d'enseignants allant du premier degré au lycée, la construction du nombre est un dénominateur commun à tous. Aussi, nous décidons de questionner *comment différentes représentations aident à s'approprier un nombre et ses usages*.

La « jauge » est une situation présente dans des manuels sous différentes formes.

Le schéma ci-contre représente la quantité de carburant dans le réservoir d'une voiture.

- Recopier et compléter : le réservoir est plein aux $\frac{\dots}{\dots}$.
- Sachant que le réservoir a une capacité totale de 56 litres, calculer le volume de carburant qu'il reste dans le réservoir.



Figure 1 : Extrait du manuel « Dimensions Mathématiques 6^e », Hatier

La version en figure 1 ne propose que très peu d'initiative à l'élève en ce qui concerne les nombres, leur sens et manipulation. Notre ambition collective est de faire travailler les élèves sur différents types de nombres et leur représentation. Avant de mener une Lesson Study sur « la jauge » (présentée dans ce cahier), nous avons mené plusieurs expérimentations individuelles dans nos classes (à différents niveaux d'enseignement) puis avons échangé sur ces dernières. C'est en croisant nos analyses des séances de classe (exposées en annexe 1) que le collectif a stabilisé un énoncé et des objectifs détaillés par la suite.

La « Location de véhicule » est l'énoncé qui a inspiré celui de la « jauge ».

Location d'un véhicule

Je loue un véhicule utilitaire. Voici ce qu'indiquait la jauge de carburant avant et après mon trajet :



Avant de restituer le véhicule, je dois remettre la jauge de carburant au niveau initial. J'ai effectué un trajet de 210 km et j'ai trouvé les informations suivantes dans le manuel d'utilisation du véhicule :

- Consommation mixte (L/100km) : 6,8 - 7,1
- Volume du réservoir (L) : 50

Quelle quantité de carburant dois-je remettre dans le réservoir avant de restituer le véhicule ?

Figure 2 : Énoncé initial « Location de véhicule »

Après réflexion entre des membres du groupe, l'énoncé initial a été épuré car il était important que les élèves s'interrogent et identifient des données utiles à la résolution du problème (la capacité du réservoir, le nombre de kilomètres parcourus, la consommation du véhicule). Nous avons donc modifié l'énoncé comme suit (figure 3) :

Location d'un véhicule
Je loue un véhicule utilitaire. Voici ce qu'indiquait la jauge de carburant avant et après mon trajet :

Avant de restituer le véhicule, je dois remettre la jauge de carburant au niveau initial.
Quelle quantité de carburant dois-je remettre dans le réservoir avant de restituer le véhicule ?

Figure 3 : Énoncé modifié

Le groupe s'est également interrogé sur les deux dessins, en quoi ils représentent ou pas la réalité ? Nous avons évoqué un remplacement par des photos où peuvent être présentes des fractions (comme en figure 4) :



Figure 4 : photo plus réelle prise dans une voiture

Pour ce qui est des modèles de jauges, il en existe plusieurs, graduées en quarts, graduées en huitièmes, graduées en douzièmes, et probablement d'autres. C'est une variable modifiable selon la difficulté à laquelle on souhaite confronter les élèves et l'objectif envisagé pour le travail des élèves. Il y a également des jauges avec « petits carrés » mais nous préférons celles avec l'aiguille car il est possible d'envisager de se retrouver entre deux graduations.

Dans la vie réelle, il arrive que des loueurs de véhicules fassent des erreurs ; un des membres du groupe s'est déjà retrouvé dans cette situation tout en ne louant seulement que quelques véhicules. C'est ici l'un des intérêts : la situation est réaliste, donc nul besoin de changer de contexte pour que ce soit crédible.

[Retour sur l'objet jauge et son fonctionnement](#)

D'un point de vue pratique, la jauge se présente sous la forme d'un boîtier muni d'un flotteur qui plonge dans l'essence. Elle est logée au-dessus du réservoir d'essence. La figure 5 en présente un schéma électrique :

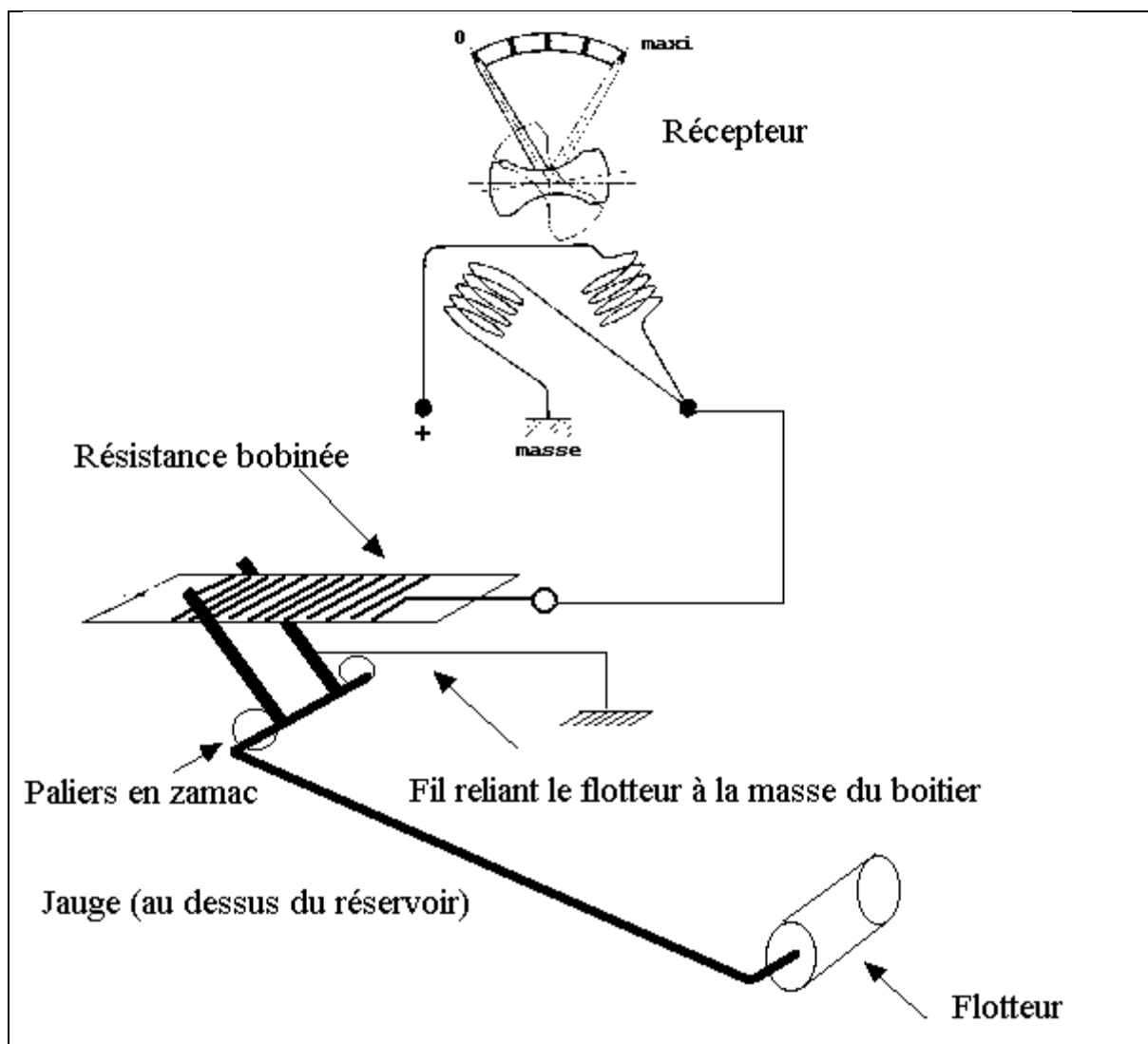


Figure 5 : Schéma électrique d'une jauge, Source c.papy.free.fr

Un capteur à résistance variable est entraîné par un flotteur. La variation de résistance entraîne une variation de position de l'aiguille sur le tableau de bord. Une coupure du circuit envoie instantanément l'aiguille vers le zéro. D'origine, il n'y a pas de fil pour réunir le flotteur à la masse. Le contact électrique se fait par frottement.

[Retour des premières expérimentations individuelles sur la jauge](#)

Avant de stabiliser une feuille de route pour la Lesson Study, le collectif a fait différentes expérimentations en jouant sur des variables didactiques, en modifiant l'énoncé. Celles-ci sont proposées en annexe 1. Par la suite, nous relatons l'expérimentation réalisée par le collectif du groupe « Activités-Lesson Study » de l'IREM de Rouen.

Description de la situation vécue en Lesson Study

Afin d'entrer davantage dans sa problématique initiale, à savoir les différentes représentations des nombres, le collectif s'est questionné sur quelles variables il pouvait agir.

Plusieurs idées restent à investiguer : nous choisissons celle de tester l'énoncé en remplaçant le logo de la pompe par la fraction $\frac{1}{2}$. Faire représenter la situation est un autre choix possible.

Nous faisons alors l'hypothèse que la jauge ne permettrait pas de travailler sur la fraction nombre. Peut-être qu'en situation de vie courante, les fractions nombre interviennent peu et que ce travail serait plus spécifique en cours de mathématiques ?

L'énoncé

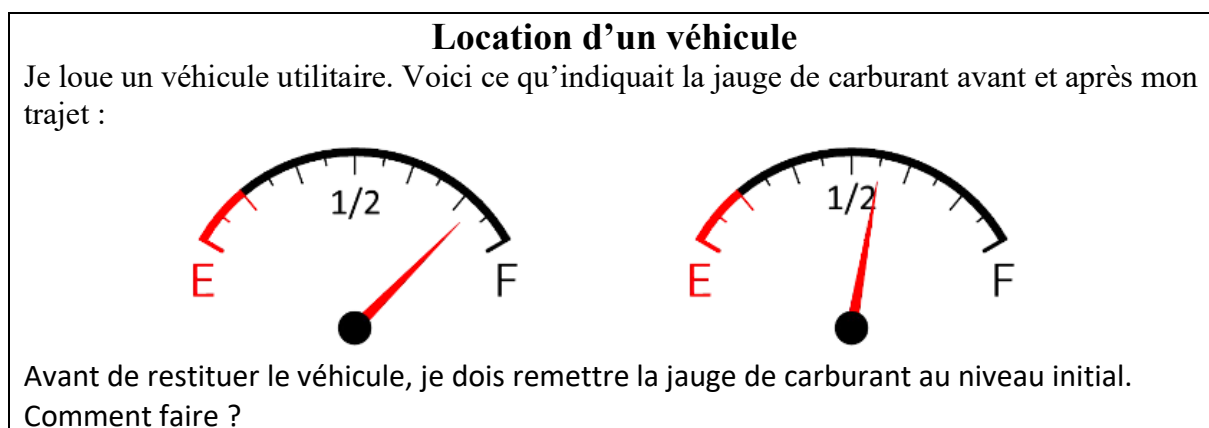


Figure 6 : Énoncé « Jauge » proposé en LS, juin 2023

BO et Compétences au cycle 4

En fin de 5^e, les repères de progressivité (MENJ, Eduscol, annexe 14) précisent des attendus pour ce niveau d'enseignement. Dans la rubrique « Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes », on peut lire parmi ce que doit savoir faire l'élève :

- Il utilise, dans le cas des nombres décimaux, les écritures décimales et fractionnaires et passe de l'une à l'autre, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.
- Il relie fractions, proportions et pourcentages.
- Il décompose une fraction sous la forme d'une somme (ou d'une différence) d'un entier et d'une fraction.

Le document propose des exemples de réussite autour de la droite graduée :

Place sur la droite graduée les nombres suivants :

$\frac{9}{4}$; 0,25 ; -0,75 ; $\frac{5}{4}$; 2,75 ; $\frac{5}{2}$; -1,25.



Concernant la comparaison de nombres en particulier, c'est à ce niveau que l'élève doit savoir reconnaître et produire des fractions égales.

En fin de 4^e, les repères de progressivité (MENJ, Eduscol, annexe 16) insistent sur le fait que dans le cas des nombres décimaux, l'élève doit associer écriture décimale, écriture fractionnaire et notation scientifique. Il utilise les quatre opérations sur les nombres rationnels et s'en sert pour résoudre des problèmes.

Si la situation peut aussi s'envisager dans un autre cycle, nous précisons des éléments du programme concernant certains concepts.

BO et Compétences dans un autre cycle (3)

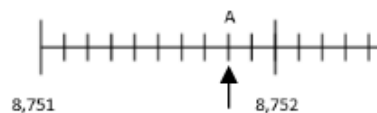
Concernant l'utilisation et la représentation des nombres, plusieurs points sont attendus en fin de cycle 3 et précisés dans le document des « attendus de fin d'année 6^e » (Eduscol).

L'élève doit savoir en particulier utiliser des fractions :

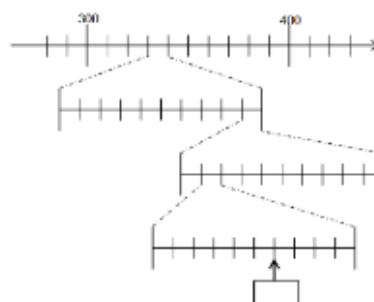
- pour exprimer un quotient. Il comprend que : $\frac{a}{b} \times b = a$,
- pour rendre compte de mesures de grandeurs.

Des pistes d'exercices (MEN, p.3), sont suggérées autour de la droite graduée telles que :

Écrire le nombre qui correspond au point A.



Écrire le nombre qui convient dans le rectangle :



2. Analyse a priori

Objectifs

Donner du sens à la fraction nombre.

Donner du sens aux proportions, prendre la fraction de ... (La fraction en tant qu'opérateur).

Faire le lien entre fraction proportion et fraction nombre.

Connaissances mises en jeu

Le collectif, avant la préparation de la Lesson Study, a dégagé des objectifs et des éléments d'analyse *a priori* de la situation « Jauge » selon six critères : connaissances mathématiques en jeu, dimension « vie quotidienne », place dans la(les) progression(s), dimension TICE, démarches possibles des élèves, justes ou erronées, difficultés et erreurs possibles. Nous en rendons compte dans la table 1 suivante.

Connaissances mathématiques en jeu	* Lire une graduation (petite graduation et grande graduation) * Lire une graduation circulaire * Fraction 1 demi, notation 1/2 de la fraction un demi * Fraction partage * Fraction proportion * Fraction nombre Proportion : 3 sur 5 Fraction nombre (quotient) : le cinquième de 3 Fraction partage : 3 cinquièmes Pour la jauge, que signifie le 1/2 ?
------------------------------------	--

	Fraction partage et/ou proportion : indique la moitié du réservoir $\frac{1}{2}$ est un nombre, autre écriture 0,5 ou 50 %. Différentes écritures en fonction du contexte. Partage et proportion ? Différence ? Nombre quantité, nombre position. Fraction nombre indique une position, fraction partage indique une quantité : je suis à la moitié VS j'ai pris la moitié. Dans la jauge ? Position ou quantité ? Représentation d'une quantité → position qui représente une quantité. On ne peut pas faire l'un sans l'autre : fraction position, fraction proportion
Dimension vie quotidienne (Aspect modélisation)	Contexte de la pompe à essence qui n'est pas partagé par tous (voiture des parents, scooter). * Graduation en arc de cercle : pèse-personne avec aiguille (chez le médecin, au marché). * Indicateur de volume, de balance sur une sono. * Musique : accordeur d'instrument. * Réglage pression pneu.
Place dans la (les) progression(s)	En CM1-CM2 : Opérateur partage avec fractions simples. Adapter avec fractions simples. En 6e : nombres entiers, nombres décimaux, fractions partage acquis ; introduction de la fraction nombre, proportion, fraction opérateur. Alternative à l'énoncé : donner 0-1 au lieu de E-F. Le 0-1 incite davantage à utiliser les fractions pour représenter les positions situées entre 0 et 1. Le E-F incite à graduer de 0 à 12 (ou 0 à 6). En 5e : découvrir fraction partage, fraction nombre, fraction opérateur (ou réactiver acquis de 6e).
Dimension TICE	Calculatrice (autorisation à discrétion)
Démarches possibles des élèves	Calculer une différence est le cœur du raisonnement. Et après, quelles représentations du nombre utilisées pour cela ? $10,5 - 7$ ou $10,5/12 - 7/12$. Et encore après, quelle unité ? Autre entrée dans la représentation du nombre à partir de la grandeur. Se donner une capacité de réservoir en L et calculer le nombre de L utilisés par soustraction.
Difficultés et erreurs possibles	Sens des deux représentations côte à côte qui distinguent deux états Interprétation de $\frac{1}{2}$, de E, de F. Graduation à introduire en partant de rien (sans pas ni origine). Placer 0 et choisir une valeur pour la graduation qui correspond au E (1 pas évident, tendance à marquer 12 ou 13). Difficulté à s'emparer d'une graduation positionnée sur un arc de cercle. Se rendre compte qu'il est possible de résoudre ce problème sans connaître la capacité du réservoir.

Table 1 : Grille d'amorce d'analyse a priori, IREM Rouen, LS « Jauge », 2023

3. Déroulement de la lesson study

Contexte

Les élèves sont d'une classe de 5^{ème} et ils avaient déjà travaillé sur les fractions et la droite graduée. La leçon s'est déroulée en juin 2023.

Objectifs de cette séance

Utiliser différentes représentations d'un nombre pour la résolution d'un problème.

Appliquer une fraction d'une quantité.

Retour sur la notion de proportion.

Énoncé

L'énoncé fixé par le collectif d'enseignants et donné aux élèves est celui de la figure 6 (page 5). La question de changer « E » et « F » respectivement en 0 et 1 s'est posée mais faire apparaître ces deux nombres ne nous a pas finalement semblé judicieux car trop orientant dès le départ. Il est intéressant que les élèves prennent eux-mêmes l'initiative d'introduire des nombres aux extrémités de la graduation de la jauge et s'interrogent sur quels nombres positionner.

Plusieurs propositions de questions ont été débattues :

Quelle quantité de carburant dois-je remettre dans le réservoir avant de restituer le véhicule ?

Quelle proportion du réservoir a été utilisée ?

La première question a été réfutée car les élèves auraient naturellement pensé à rechercher un nombre de litres et la seconde question était trop marquée d'un point de vue modèle mathématique.

Pourquoi finalement avoir choisi la question : *Comment faire ?*

Par nos diverses expérimentations en amont de cette Lesson Study, nous nous attendons à ce que les élèves se posent la question de la capacité du réservoir. D'après une expérimentation antérieure, les élèves d'Octavia ont choisi 60 L ou un multiple de 12 ce qui indique que déjà une démarche est entamée. Ceci nous conforte dans le choix de ne pas trop orienter avec une question courte.

Matériel

Les élèves avaient à leur disposition une feuille de brouillon et l'énoncé sur lequel ils pouvaient intervenir.

Modus operandi

Formation de 7 groupes hétérogènes. Autoriser l'usage de ressources (manuel, calculatrice) sans l'indiquer clairement au départ.

Scénario prévu

Phase 1 (5 min) Appropriation individuelle

Les élèves reçoivent l'énoncé papier et lisent individuellement la consigne, ils peuvent initier une recherche.

Phase 2 (5 min) Discussion en plénière

Pour l'enseignant-expérimentateur, il s'agit d'une phase d'interaction avec la classe afin de faire émerger la question de la capacité du réservoir. L'idée est de demander une réponse qui s'adapte à n'importe quelle capacité (ou selon le niveau de la classe de suggérer un réservoir de 70L). Il s'agit de ne pas dévoiler les fractions en jeu.

Phase 3 (20 - 30min) Travail en groupe

Pause des élèves (20min)

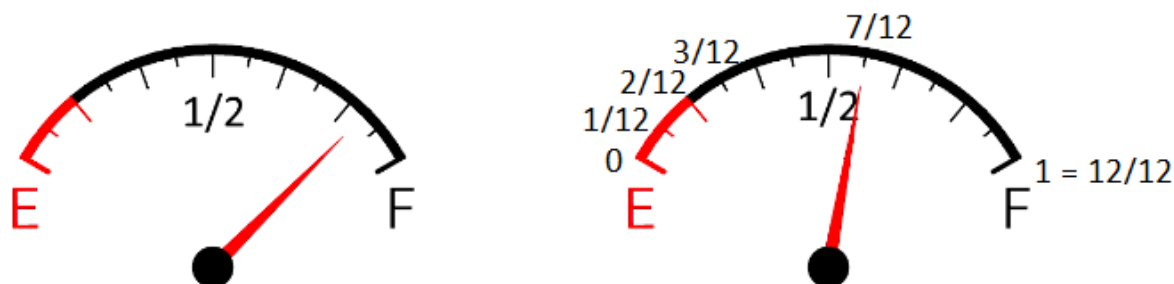
Pendant ce temps, le collectif d'enseignants analyse les productions de groupe et sélectionne celles alimentant le bilan à suivre.

Phase 4 (30 min) Bilan et institutionnalisation

Le bilan envisagé est le suivant :

Sans connaître la capacité du réservoir et en utilisant les deux dessins, on doit pouvoir trouver quelle fraction de cette capacité a été utilisée.

Projection des deux dessins de l'énoncé au tableau. Après discussion avec la classe et en partant des productions des groupes, graduer la deuxième vignette en douzièmes.



Obtenir que la seconde vignette indique que le réservoir est rempli au $7/12$ à la fin du parcours.

Pour la première vignette, avec la même graduation en douzièmes, on obtient que l'aiguille indique $10,5/12$. Le réservoir est donc rempli au $10,5/12$ au début du parcours. Puis $10,5/12 - 7/12 = 3,5/12$. La quantité de carburant utilisée est $3,5/12$ du réservoir.

En fonction des propositions des élèves, on pourra aussi obtenir les fractions $21/24$ et $14/24$. Puis, la quantité de carburant utilisée est $7/24$ du réservoir.

Une réponse attendue à la question « comment faire ? » est : « Remettre une quantité de carburant correspondant à $3,5/12$ ou $7/24$ de la capacité du réservoir ».

La capacité du réservoir n'est pas donnée dans l'énoncé. Pour atteindre l'objectif « prendre une fraction de ... », on peut estimer qu'un véhicule utilitaire a un réservoir d'environ 70L. Il ne nous reste plus qu'à calculer : $7/24 \times 70 \text{ L} = 490/24 \text{ L}$, soit environ 20,43 L. On peut aussi effectuer le calcul : $(70\text{L}/24) \times 10,5 - (70\text{L}/24) \times 7$.

On pourra s'assurer de la compréhension de la procédure en proposant d'autres capacités de réservoir.

Si les productions d'élèves en font apparaître le besoin, on pourra utiliser un schéma pour montrer la différence entre l'intervalle et le tiret (la moitié d'une quantité et l'indication $\frac{1}{2}$ qui correspond à un tiret de la graduation).

Institutionnalisation : Prendre une fraction d'une quantité

Analyse *a posteriori* du déroulement effectif

Débriefing à chaud

Le collectif d'observateurs de la LS a constaté qu'un fil avait été tiré par l'enseignant-expérimentateur, de sa propre initiative, vers la proportionnalité, tout en s'appuyant sur certaines productions de groupes. Il a conduit le bilan en s'appuyant sur un tableau tout en visant la mise en évidence d'un coefficient de proportionnalité pour envisager toutes capacités de réservoir. Ceci n'avait pas été clairement anticipé par le collectif dans le bilan.

Travaux des différents groupes d'élèves

Voici un panorama des productions de l'ensemble des travaux des élèves.

Groupe 1 :

Ce groupe est composé de trois élèves C, E et B.

En travail individuel, l'élève E écrit : « *Je dois aller à la station à essence la plus proche et remplir le carburant ensuite, je dois indiquer l'emplacement au propriétaire original et finir mon chemin à pied ou d'autre moyen de déplacement.* » Puis il attend.

Lors de la mise en groupe, B doute de la stratégie de E et questionne le carburant, la notation « E » et « F ». L'élève B dit au groupe : « *On ne peut pas savoir combien d'essence, au moins 2,5L ? Le premier schéma c'est maintenant et le second c'est avant. Et si c'était 2,5L, c'est impossible sinon les tirets 1L/2L/3L/.../12L s'arrête à 13L, et 13L dans un véhicule !* ».

En phase 3, l'enseignant relève oralement plusieurs questions qui ont émergé :

« *Est-ce qu'on partage en trois ? C'est quoi la réponse ? On peut renuméroter les graduations ? Doit-on justifier, ce n'est pas écrit ?* ».

E dit « La question c'est « *Combien remettre de carburant ?* », mais le groupe est en désaccord et dit « *Pourquoi remplir avant d'être dans le rouge ?* ».

Puis l'enseignant demande de mettre par écrit la réponse du groupe.

C déclare que c'est entre la 5^e et la 6^e barre et C conteste « Il faut dire exactement. »

B dit à C qu'il va écrire ce qui fait que C barre sa procédure. B déclare : « $\frac{1}{2}$ c'est au milieu et la grande barre c'est environ $\frac{3}{4}$ ».

C dit « *Imaginons, la voiture fait 60L.* » et B de répondre « *Moi mon père il met 600L, voir 800L.* ». L'observateur du groupe propose alors de fixer à 70L. C compte de 5 en 5 ce qui fixe la capacité du réservoir à 60L comme en atteste le travail sur la première vignette dans la figure 7.

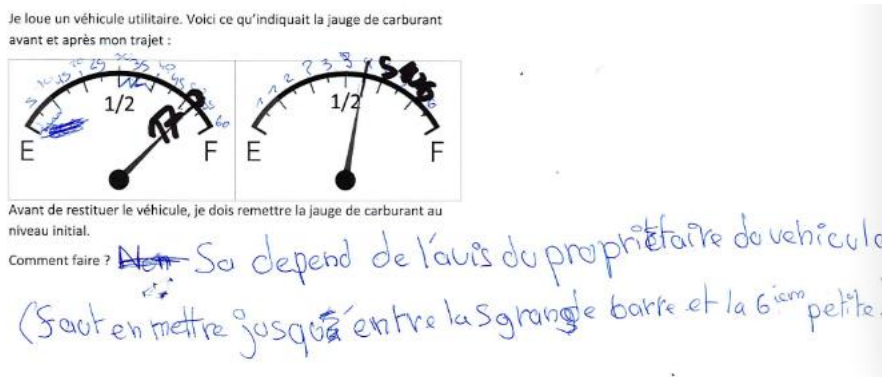


Figure 7 : Travail de l'élève B sur sa feuille

Le bilan du groupe présente une réponse de type « environ 17L » obtenue en soustrayant 35L à 52,5L avec une graduation de 5L en 5L.

La production finale collective du groupe est la suivante :

*il faut en Mettre jusqu'entre la 5 grande
Ligne BARRE et LA 6^{ème} petite*

*Sur un réservoir de 60L, il reste
environ 17L. On a en remettre dans le
réservoir de carburant. On a choisi
une graduation de 5L en 5L*

52,5
- 35
17,5

Figure 8 : Fiche bilan du groupe 1.

Quand l'observateur questionne sur la capacité du réservoir de 60L (au lieu de 70L comme il leur avait indiqué), C répond : « *Ce n'est pas mathématique de nous demander comment faire, l'aiguille, ce n'est pas des maths* ».

Groupe 2 :

Le groupe est composé de quatre élèves appelés respectivement E, M, O, L.

L'élève L écrit initialement qu'il faut remettre du carburant dans la station la plus proche.

M précise qu'il faut mettre entre 5 et 5,5 de carburant pour « atteindre le niveau initial » après avoir gradué sa première représentation de « un en un » en partant de la gauche. Sa réponse est fondée sur la position de l'aiguille entre 5 et 5,5 sur la première figure uniquement.

Lors du travail en groupe, l'élève L comprend que la lettre F correspond à Full et déclare : « *Il a utilisé genre ¼, ils ne nous demandent pas de calculer la quantité d'essence mais juste comment faire.* »

L'élève M invalide sa réponse « entre 5 et 5,5 » en ajoutant « c'est jusqu'à entre 5 et 5,5 ».

Après le partage des questions et remarques au sein de toute la classe, le groupe s'interroge : « Est-ce qu'on peut numéroter la jauge de 1 à 6 ? ». Puis un élève gradue de 0,5 en 0,5 les deux graphiques.

L répond avec des fractions « $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3}$ ».

M pose la question à l'observatrice : « Ce sont des litres ? ».

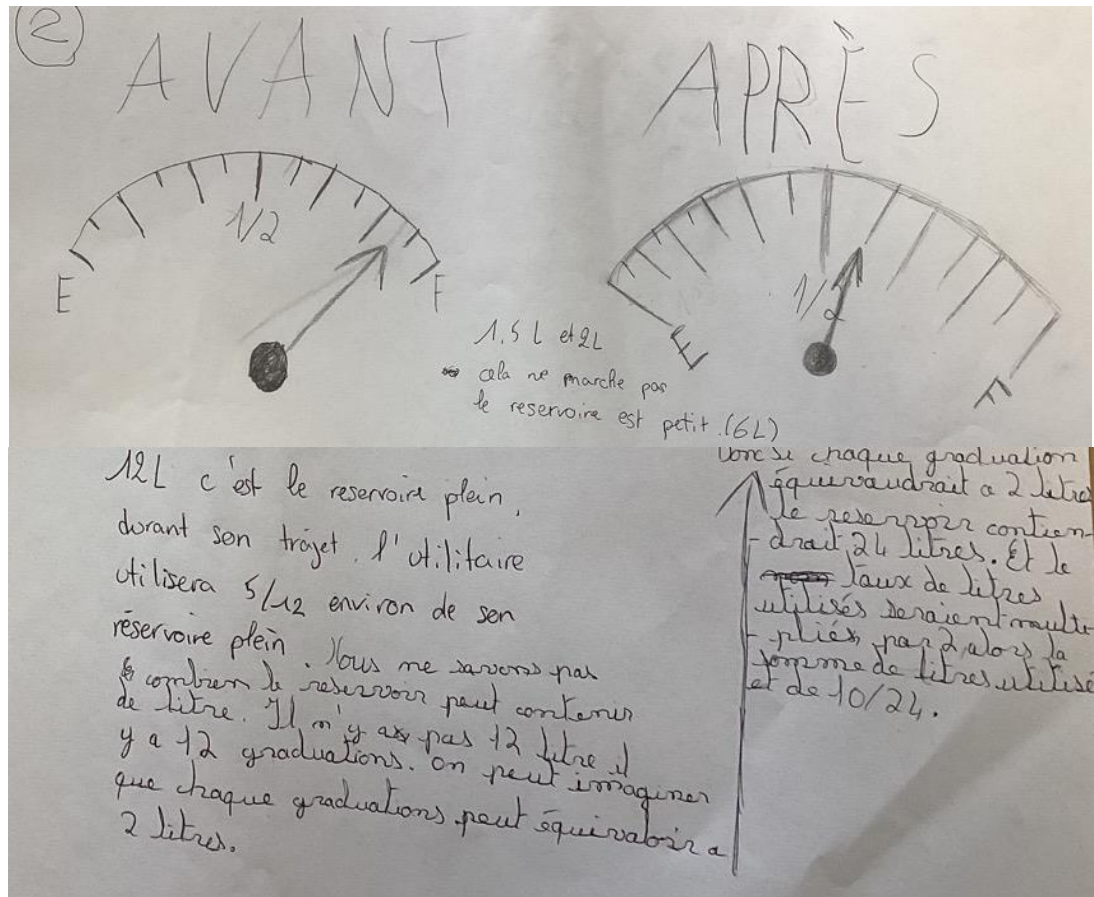


Figure 9 : Fiche bilan du groupe 2.

Groupe 3 :

Le groupe comporte trois élèves, R, S et T. T est une élève isolée dans sa classe.

La démarche du groupe est exclusivement tournée sur la graduation. Durant la phase 1, S précise qu'il y a deux états et ajoute sur son énoncé la mention « avant/après », ce que fait également R tandis que T est en retrait.

Durant le bilan intermédiaire avec la classe (phase 2), les élèves R et S déclarent qu'« il suffit d'aller à la station d'essence et faire le plein », imaginant avoir résolu rapidement la situation.

Pendant le travail en groupe, dans un premier temps, un micro-débat s'installe sur la consommation d'une voiture : « Est-ce que 6 litres aux 100 c'est peu ou non ? »

Ils introduisent chacun des graduations sur leur énoncé.

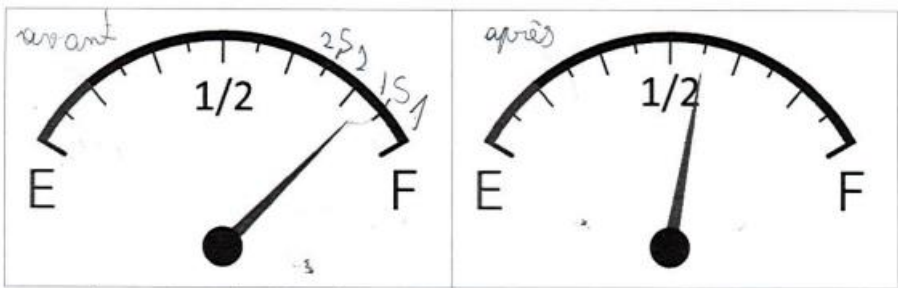
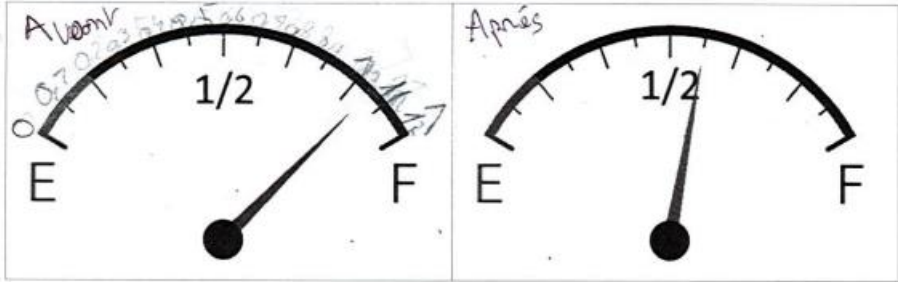
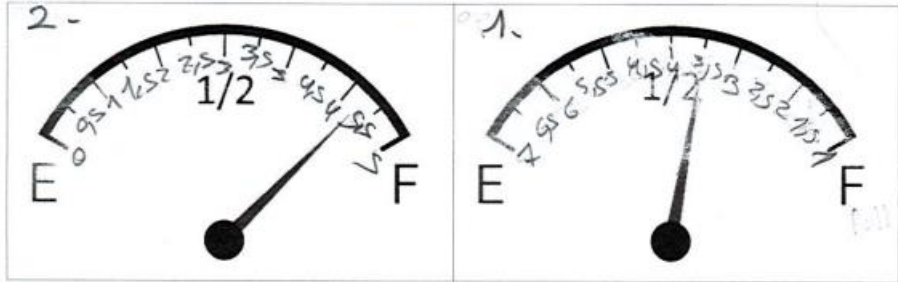
R	 Ne comprend pas que E correspond à Empty (et donc 0) et F à Full (donc l'unité maximum).
S	 L'état initial est seulement gradué de 0,1 en 0,1 en affectant 12 à F (Full)
T	 Deux états gradués avec un pas de 0,5 de droite à gauche, puis de gauche à droite.

Figure 10 : Productions individuelles des élèves du groupe 3.

L'élève T impose finalement sa représentation au groupe (en phase 4) :



Figure 11 : Feuille de synthèse du groupe 3.

Groupe 4 :

Le groupe est constitué de 4 élèves A, B, C et D.

L'élève A a décidé de partager la jauge en 3. Il estime qu'il faut remplir à $1/3$ car au début l'aiguille est dans la 3ème partie et à la fin dans la 2ème partie (figure 13).



Figure 13 : Production de l'élève A
C tente un partage en 3 à son tour qui laisse perplexe B (figure 14).



Figure 14 : Production de l'élève C

L'élève B se demande si $1/2$ signifie $1/2L$.

Une discussion a lieu sur « *comment vs combien* ». D et A estiment qu'il faut donner une quantité de carburant (combien) tandis que C reste sur la question de l'énoncé « Comment ? ». Le groupe se pose alors la question de la justification : « *Faut-il ou pas justifier ?* »

D a trouvé, rapidement, qu'il fallait remettre 3,5 de graduations dans le réservoir. Cet élève est conscient qu'on ne peut pas trouver la quantité car il ne connaît pas la valeur d'une graduation en litres. L'élève A l'incite à mettre une unité L et l'élève C traduit cela sous la forme $1 \text{ graduation} = 1 \text{ L}$ (figure 15).



Figure 15 : Nouvelle production de l'élève C

D explique pourquoi il est plus simple de graduer en douzième plutôt qu'en tiers ou sixième. B et C essaient de comprendre pourquoi c'est 3,5. C a bien gradué mais s'est trompé en comptant. B a commencé sa graduation à 1 et pas 0. C lui explique alors son erreur.

L'observateur leur donne alors une contenance du réservoir : 70 L. L'élève A modifie alors sa graduation de la jauge pour faire un partage en 7 (peut-être parce que $7 \times 10 = 70$?). Il effectue tous ses calculs avec ce partage. D calcule alors $(70 \div 12) \times 3,5$. Le groupe se pose ensuite la question de l'arrondi : « *Jusqu'où va-t-on ?* ». Le lecteur trouvera la production finale du groupe en figure 23 page 17.

Groupe 5 :

Trois élèves composent le groupe : M, N, P où P ne communique pas avec les deux autres élèves.

M interprète le $\frac{1}{2}$ comme 1 séparé de 2, et non pas comme une écriture fractionnaire. L'élève oralise sa réponse en indiquant que : « 1 L est la graduation du milieu, puis le grand trait suivant à droite correspond à 2 L et le suivant à 3 L ». Identifiant 5L en F et l'aiguille de l'état initial de la jauge étant située un peu après 3L mais avant 4 L, elle conclut qu'on peut mettre 3 L4 pour 3,4 L (figure 16)

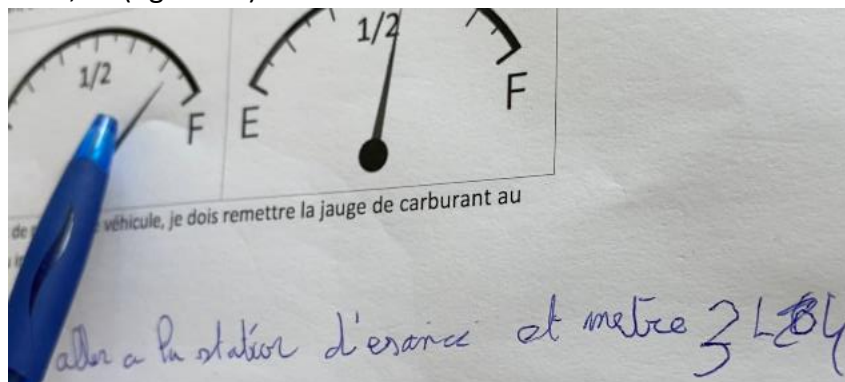


Figure 16 : production de l'élève M

N se focalise initialement sur la seconde vignette de jauge, et indique que pour aller à F, il faut arriver à 6 (sans précision d'unité), alors que l'aiguille est située à 3,5.

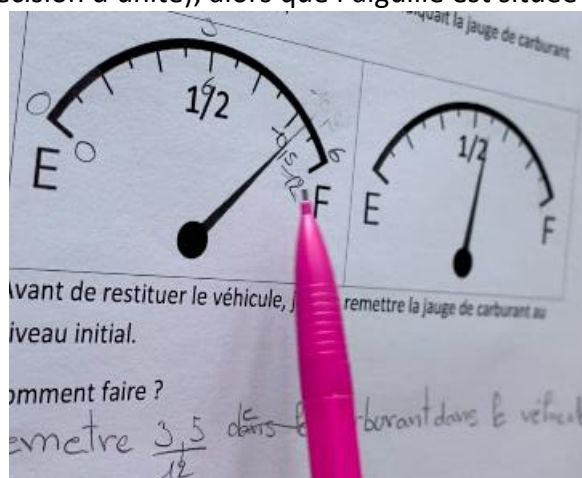


Figure 17 : Production initiale de l'élève N

N fait évoluer son choix de pas de graduation (vignette 1) en considérant les graduations intermédiaires et marque 12 en dessous en F (6 étant au-dessus). Puis l'élève conclut qu'on peut mettre 3,5/12 de carburant dans le véhicule. L'explication orale du choix de 3,5 est indiquée ensuite, tout en prenant appui uniquement sur la première vignette de jauge : « 3,5 car l'aiguille dépasse 3 (3 est marqué pour la moitié de la jauge) et virgule 5 car au-delà de $\frac{1}{2}$, je compte 5 petites graduations environ ».

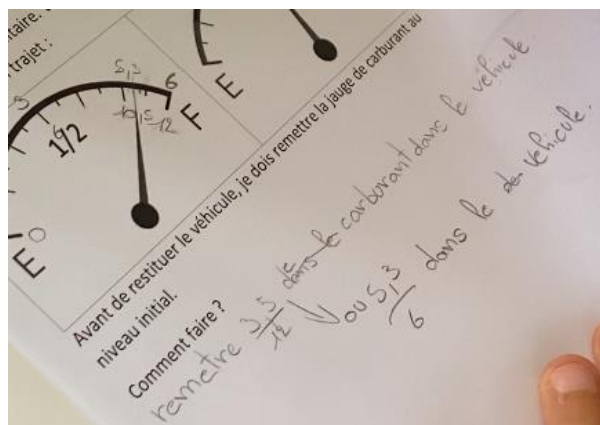
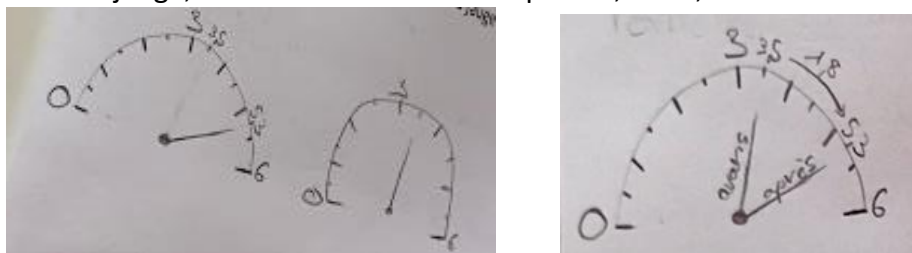


Figure 18 : Nouvelle production de l'élève N

N complète sa réponse (figure 18), en lien avec sa double graduation présente, considérant 5,3 comme environ la moitié de 10,5. Puis l'élève transforme $10,5/12$ en $5,3/6$ sans revenir sur son choix fractionnaire initial et sans indication d'unité. N recherche ensuite des liens entre 3,5 et 5,3 divisant le premier nombre par le second à la calculatrice, sans succès. L'élève réalise ensuite ce qu'elle appelle « *un plan d'ensemble* » (figures 19a et 19b) en redessinant les deux états de la jauge, en enlevant $\frac{1}{2}$ et en marquant 3,5 et 5,3.



Figures 19a et 19b : Production finale de N

Puis N fait évoluer sa représentation en indiquant « *avant* » « *après* » sur sa première figure (figure 19b) et en calculant la différence entre 5,3 et 3,5 (1,8), prenant en compte la dynamique dans le temps du contenu du réservoir. L'élève P ne marque rien sur sa feuille tout le long de ce temps de recherche en groupe. Aucune feuille de synthèse du groupe n'est produite par ce collectif.

Groupe 6 : il n'a pas été observé précisément, mais sa production finale se trouve en figure 20, page 17.

Analyse *a posteriori* du scénario

Le lecteur pourra noter un décalage entre les objectifs imaginés au départ et ceux visés lors de la leçon de recherche. En effet, ces objectifs diffèrent de ceux de notre analyse *a priori* car les élèves de l'expérimentation avaient déjà travaillé la fraction nombre en amont de la séance.

Le collectif s'est centré sur l'analyse du bilan (phase 4) réalisé avec la classe de cinquième. Cette phase s'est structurée autour de la proportionnalité, en montrant à tous les élèves des productions permettant à la fois de faire apparaître le coefficient de proportionnalité et de réinvestir le modèle de proportionnalité pour généraliser le traitement de toute capacité de réservoir.

Analyse de la phase de bilan et d'institutionnalisation

Certaines productions de groupes ont été sélectionnées pendant la pause des élèves. Le collectif a décidé de retenir et de faire passer les productions dans cet ordre : celle du groupe 6, puis du 1, du 2, et enfin du 4. Nous les présentons dans l'ordre de leur exposition à la classe :

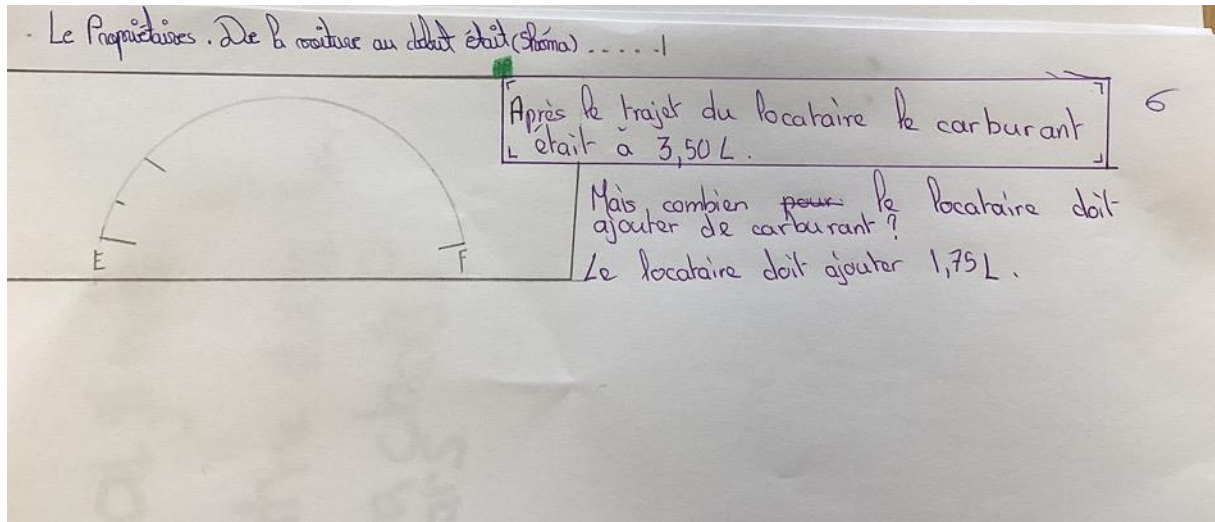


Figure 20 : feuille de synthèse du groupe 6

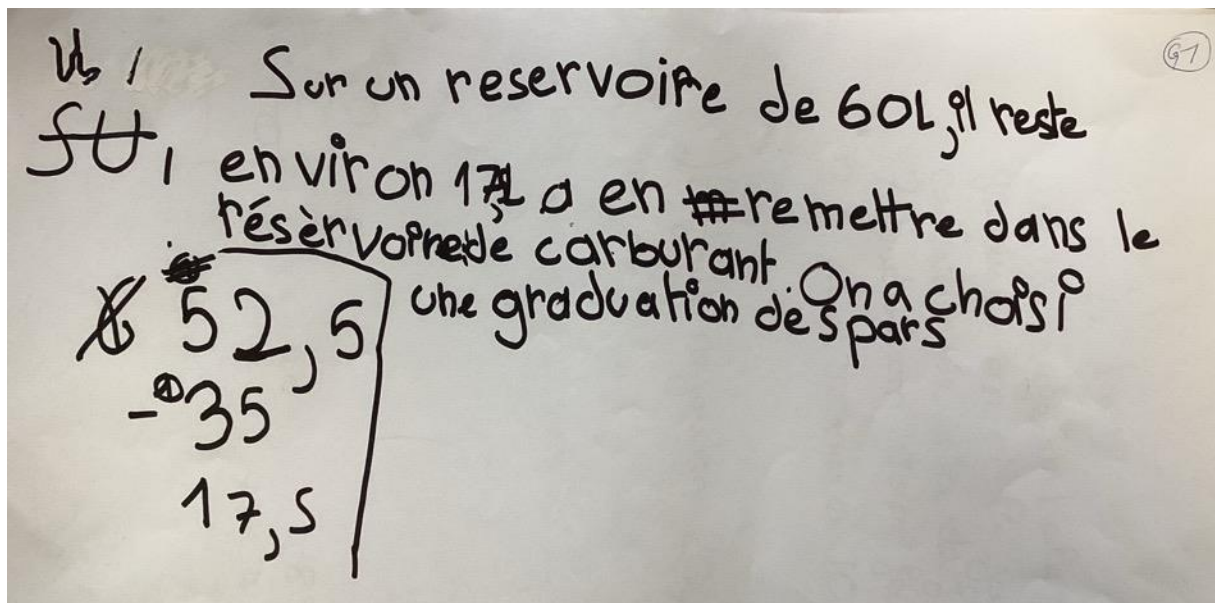


Figure 21 : feuille de synthèse du groupe 1

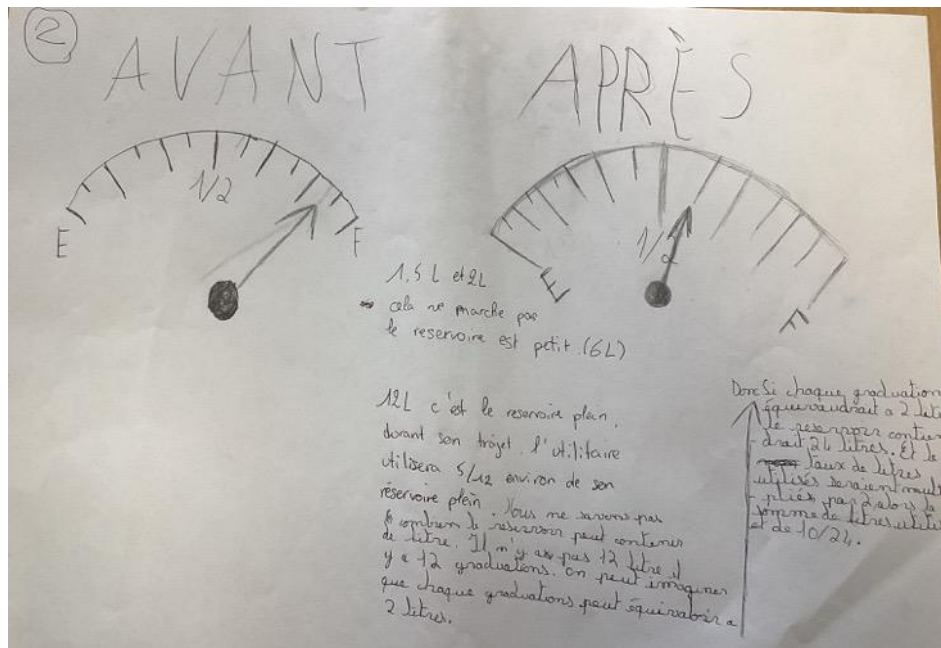


Figure 22 : feuille de synthèse du groupe 2

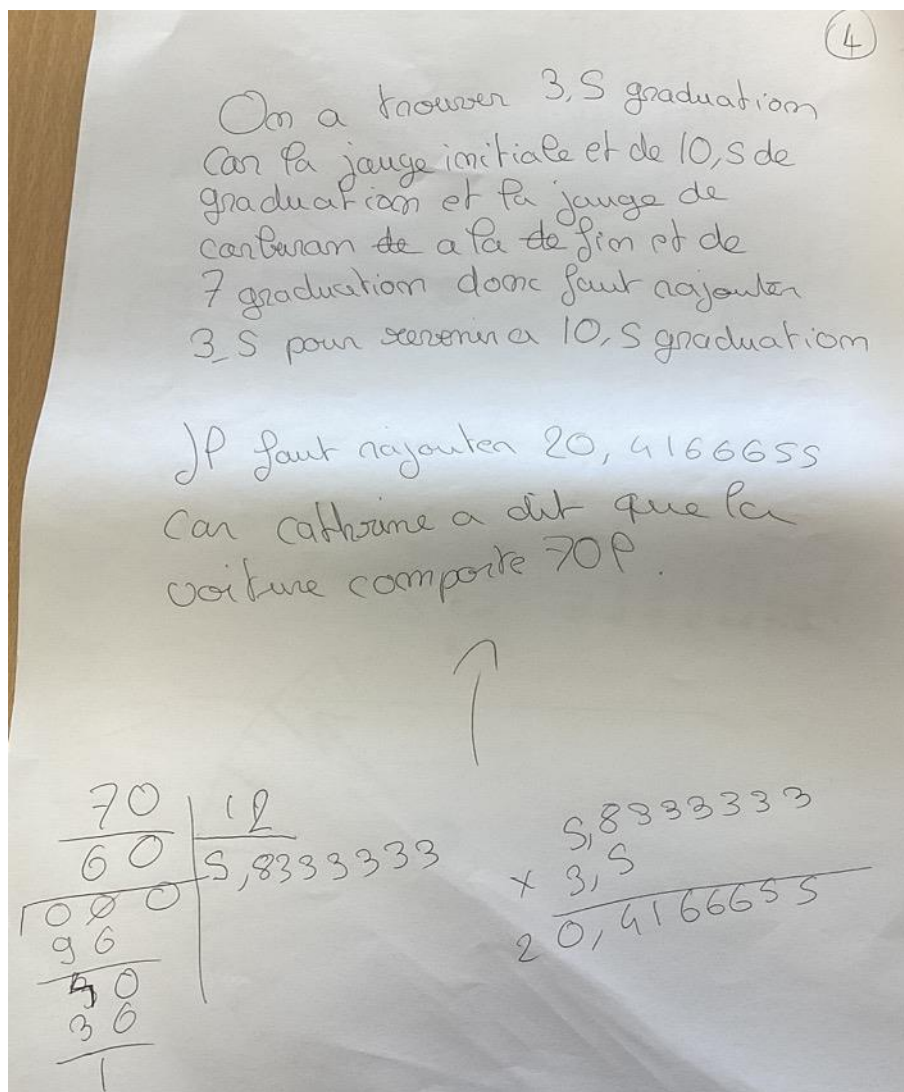


Figure 23 : feuille de synthèse du groupe 4

La phase de bilan a débuté par la projection de la production du groupe 6 (figure 24). L'enseignant a alors amorcé un premier dessin pour la jauge.

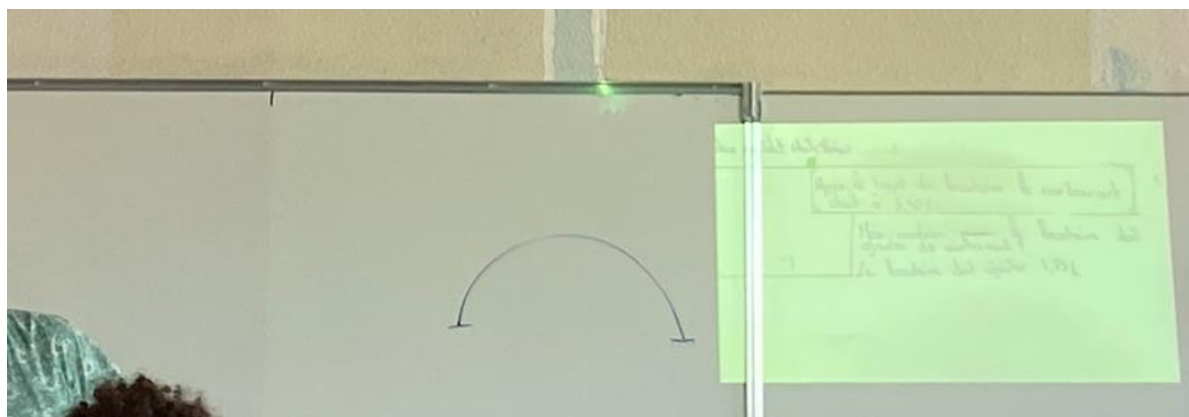


Figure 24 : début du bilan (phase 4)

L'enseignant a ensuite posé une graduation, en appui avec les indications du groupe 6, faisant apparaître les fractions $\frac{7}{12}$ et $\frac{10,5}{12}$ sur un même schéma de jauge. Le groupe 6 a considéré un réservoir de 6 (précisant oralement l'unité L), ce qui est invalidé par un élève de la classe qui indique que 6L est la capacité d'un réservoir de scooter et non d'un véhicule utilitaire.

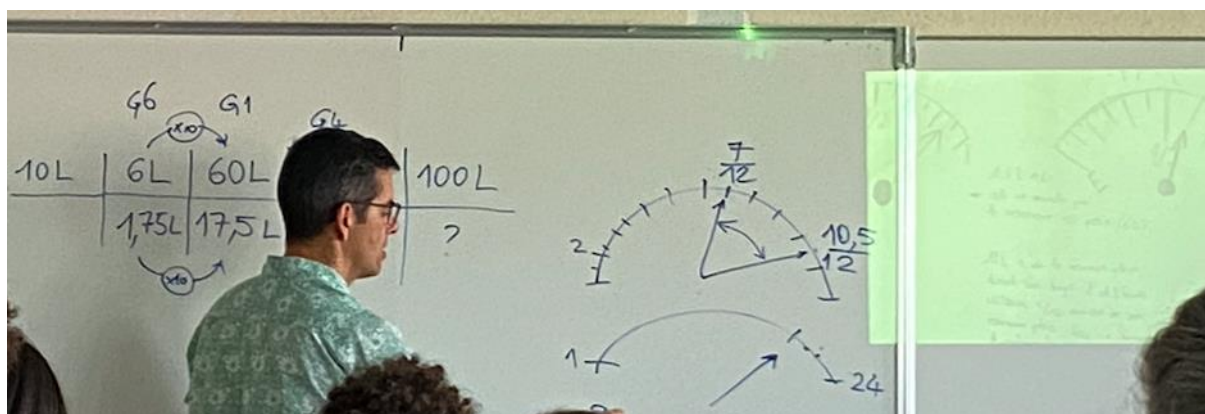


Figure 25 : évolution du bilan (phase 4)

Parallèlement, grâce aux groupes 6 et 1 (qui ont respectivement supposé un réservoir de 6 L et de 60 L), l'enseignant regroupe dans un tableau (figure 25) les valeurs récoltées (6 L, 60 L et en dessous 1,75 L et 17,5 L) en faisant des liens entre elles (facteur 10). Durant l'exposition du travail du groupe 2, est mentionné un réservoir de 24 L ce qui explique une seconde représentation (figure 25) qui sera ensuite abandonnée par l'enseignant.

Le groupe 4 prend ensuite la parole et indique à la classe qu'il a choisi un réservoir de 70 L, et il ajoute qu'il faut 20,4 L. Ces valeurs sont ajoutées dans le tableau réalisé par l'enseignant. Il interroge la classe ensuite sur le nombre de L de carburant si le réservoir faisait 100 L, puis 10 L et ajoute les éléments dans le tableau.

Le groupe 4 apporte le coefficient de proportionnalité $\frac{3,5}{12}$ que l'enseignant fait figurer (figure 26).

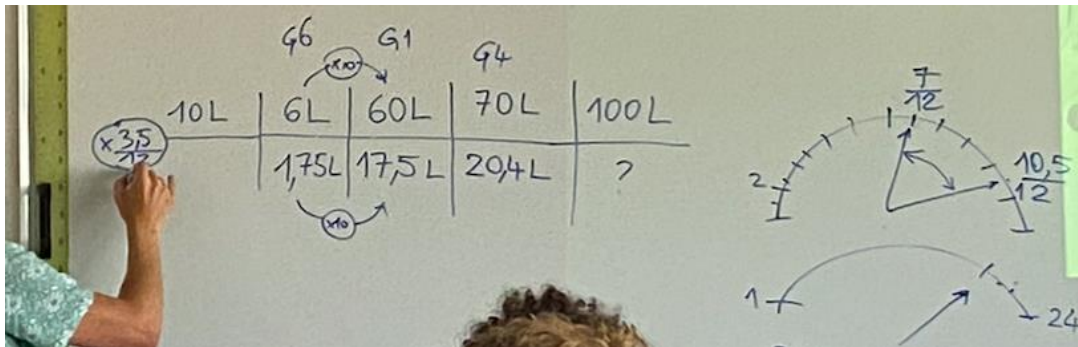


Figure 26 : coefficient de proportionnalité lors du bilan (phase 4)

Puis collectivement, les élèves proposent les valeurs pour 10 L et 100 L. Ainsi le lien est établi entre le quotient $\frac{3,5}{12}$ et les différentes réponses des groupes (figure 27). L'enseignant ajoute, en dessous du tableau, le calcul du nombre de litres nécessaires pour remplir un réservoir de 65 L.

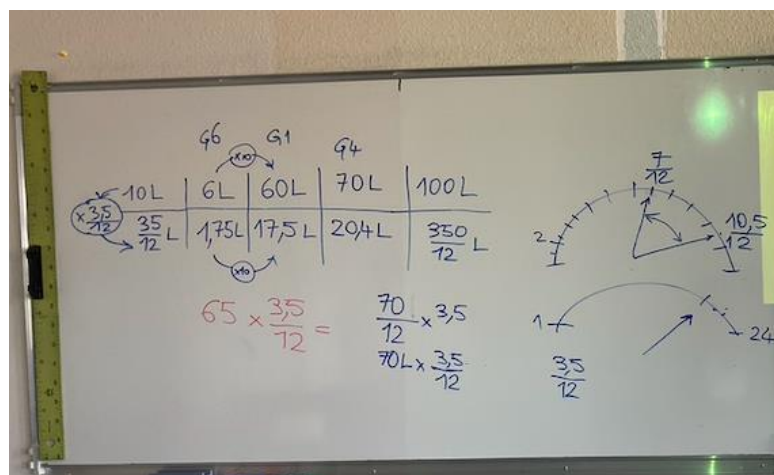


Figure 27 : État final du tableau (phase 4)

Restructuration *a posteriori* de l'organisation du bilan et tableau

Cette expérimentation a permis une exploration de la proportionnalité lors du bilan. Le collectif a cependant réfléchi également à un autre bilan plus axé sur le nombre et que le lecteur pourra retrouver dans la fiche « Situation en bref Jauge » (à paraître) sur le site de l'IREM de Rouen. Elle se présente en quatre étapes détaillées dans ce document (représentation du cadran, lecture des données, considération de l'écart et conclusion) et peut prendre la forme présentée en figure 28.

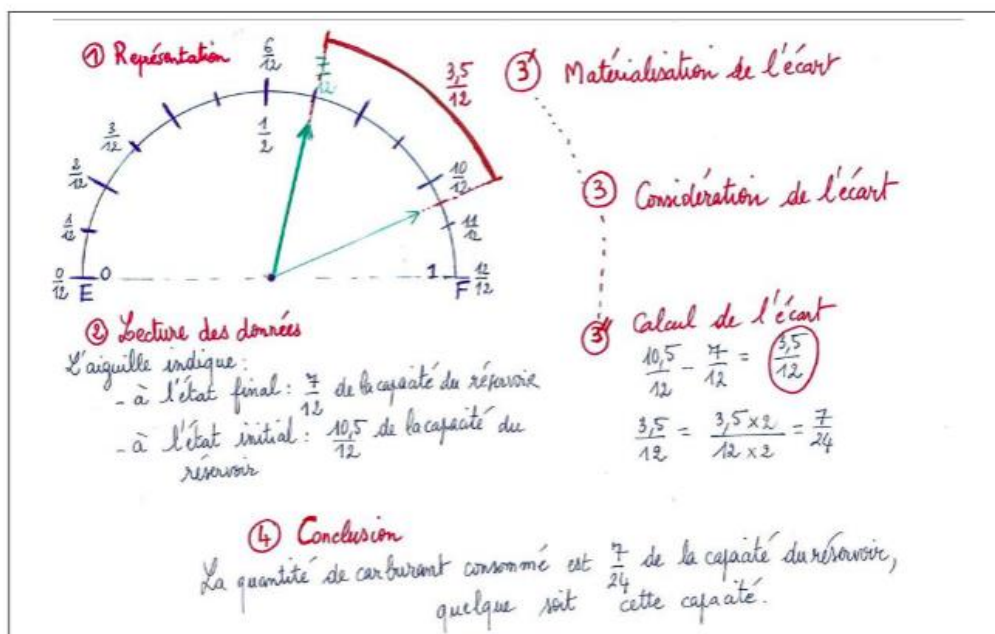


Figure 28 : Autre alternative de bilan (phase 4)

4. Grille d'Interventions possibles de l'enseignant

Voici des interventions prévues avant la séance collective (en noir) et celles imaginées *a posteriori* lors de l'analyse collective de la séance et des productions des élèves recueillies (en bleu).

Phases	Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts
	Combien de litres peut contenir le réservoir ?	Je donnerai cette information plus tard. (80 L)	Éviter de dévier de l'objectif du travail sur les fractions.
	C'est quoi une jauge ?	C'est un instrument étalonné qui sert à indiquer la contenance d'un réservoir.	Permet de relier l'affichage cadran de l'habitacle d'une voiture au réservoir.
	Un élève trouve 13 unités ou 7 unités ou 10 unités (s'interdisent le rouge ?)	Revenir sur le dessin et faire compter les intervalles et non les tirets.	Lever une confusion classique concernant les nombres d'arbres et d'intervalles les séparant
	Ça veut dire que le réservoir fait 1 L ?	Tu n'as qu'à considérer que oui, on y répondra plus tard.	Permettre d'entrer dans le problème, tout en revenant ensuite sur la valeur 1L comme capacité du réservoir (trop faible). Permettra de donner ensuite une échelle de valeurs.
	Pourquoi il y a du rouge ?	Cela correspond à la réserve, c'est pour alerter qu'il reste peu de carburant.	Éveiller l'élève futur conducteur au quotidien en lui expliquant un des rôles de la jauge.
	Questions : Quelle distance a été parcourue ? Quelle est la consommation moyenne ? ...	Ce sont des bonnes questions mais nous n'avons pas accès à ces données.	Recentrer l'élève sur la lecture du l'indicateur de jauge.
	Que veut dire E ? L'élève n'a pas remplacé E par un nombre	E se traduit en anglais par « Empty » ce qui veut dire « vide » en français. Quel nombre peut-on indiquer à la place de E ?	Inciter à placer 0, de manière plus ou moins nuancée.
	L'élève n'a rien indiqué en F.	« Par quoi peut-on remplacer F ? » Si 1 n'apparaît pas, montrer une photo de	Inciter à choisir un nombre, en espérant que 1 apparaisse. Guider vers le remplacement de F par 1.

		baguette de pain, en montrer la moitié et le tout (1).	
	L'élève place 12 à la place de F	Interroger sur la nature de 12. « Pourquoi 12 ? 12 quoi ? »	Si l'élève répond 12L, faire invalider ce choix par un autre élève par rapport à la capacité d'un réservoir de véhicule utilitaire (si besoin repasser par une échelle de capacité : scooter, petite voiture, ...).
	L'élève place 13 à la place de F	Dessiner au tableau trois arbres et faire dénombrer le nombre d'intervalles entre les arbres.	Faire conscientiser qu'il n'y a pas autant d'intervalles que d'arbres (2 pour 3) et espérer une réflexion sur les graduations et les intervalles L'élève revient sur son choix de 13 et le remplace par 12.

5. Le mot de l'équipe de formation-recherche

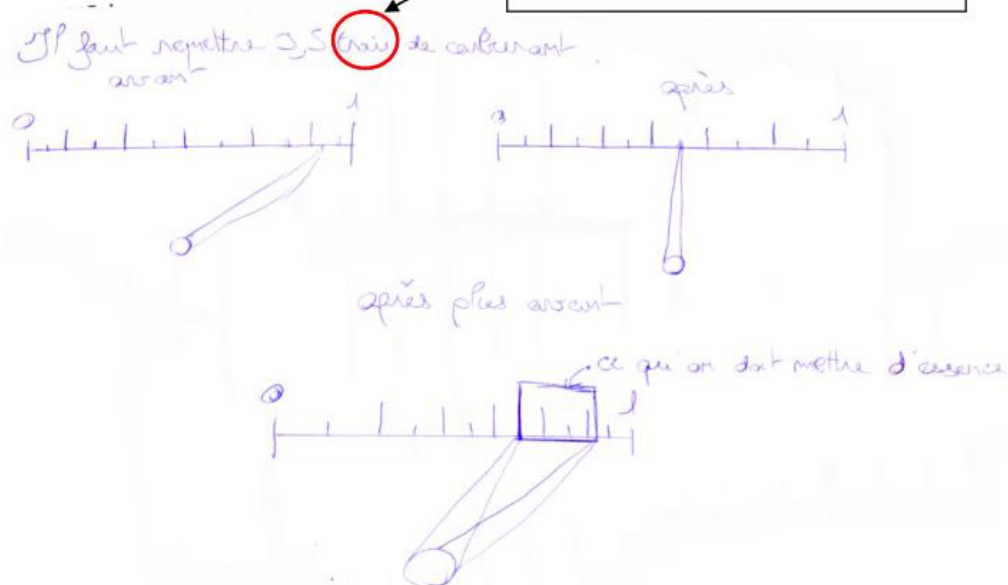
Voici un retour sur les questions soulevées par la situation « Jauge » lors de la Lesson Study.

Des rapprochements avec la droite graduée, plus familière des élèves.

Les élèves, via la situation de la « jauge » sont confrontés, non pas à une droite graduée, mais à deux représentations curvilignes graduées, ce qui demande pour eux des adaptations par rapport à ce qu'ils connaissent. Certains élèves (figure 29) choisissent de revenir à une représentation plus familière via deux segments qu'ils graduent.

Groupe 5 :

Relance prof : à quoi cela correspond pour le réservoir ?



D'où :

$$\frac{1}{6}$$

$$1 \div 6 = 0,1 \quad \text{une part} = 0,1$$

$$0,1 \div 2 = 0,05 \quad \text{une demi part} = 0,05$$

$$0,1 \div 4 = 0,025 \quad \text{un quart de part} = 0,025$$

$$0,1 + 0,05 + 0,025 = 0,175$$

Il faut remettre 0,175 l d'essence dans le réservoir.

Figure 29 : Production d'un groupe d'élèves de 5^e, expérimentation de Catherine

L'usage d'arrondis « abusifs » avec assimilation de $\frac{1}{6}$ à 0,10 permet au groupe d'élèves d'éviter des calculs avec les fractions. Si cette tendance est « classiquement » rencontrée, la production permet de revenir sur $\frac{1}{6}$ et la valeur du quotient par une division posée.

La question du lien entre la jauge et le réservoir.

La question du lien entre le fonctionnement de la jauge et le réservoir émerge généralement dans les classes et l'enseignant doit pouvoir expliquer simplement son fonctionnement selon le niveau de classe. Il ne s'agira pas de rentrer dans les détails exposés en page 4.

La question d'une progression en amont autour de la droite graduée

Que faire en amont ?

Au Cycle 2, la situation « Clap-nombre » est une situation d'introduction de la droite graduée.

Les objectifs de cette situation peuvent être en particulier de :

- construire le sens de l'origine d'une droite graduée ;
- travailler le choix ou l'identification d'un pas et sa non-universalité.

Nous renvoyons le lecteur curieux au cahier de Lesson Study¹ le concernant.

Au cycle 2 et 3, il existe d'autres supports : Jeux APMEP Droite graduée

Nous présentons deux fiches téléchargeables sur le site de l'APMEP². En annexe 3 et sur le site, vous trouverez des renseignements complémentaires sur les contenus détaillés des brochures « Jeux » en particulier. La série des dessins mystères ou gradués permet aux élèves d'appréhender différents types de nombres (entiers, décimaux, fractionnaires) tout en travaillant avec des pas variables ainsi que des demi-droites d'origine diverses (pas uniquement 0).

Une autre situation dérivée de la jauge

La situation suivante (figure 30) n'a pas encore été testée, mais elle a été évoquée au sein du groupe et mérite d'être mentionnée dans ce contexte. Elle montre une première différence avec la situation de la jauge. L'instrument de mesure, l'éprouvette graduée fait plus naturellement partie du quotidien des élèves (cours de sciences) au collège, contrairement à la jauge.

¹ https://irem.univ-rouen.fr/sites/irem.univ-rouen.fr/files/groupes/Activites/blandine-lucie.masselin%40ac-rouen.fr/CahierLSClapNombre-VSite_0.pdf

² <https://www.apmep.fr/Des-jeux-mathematiques-pour-la-classe>

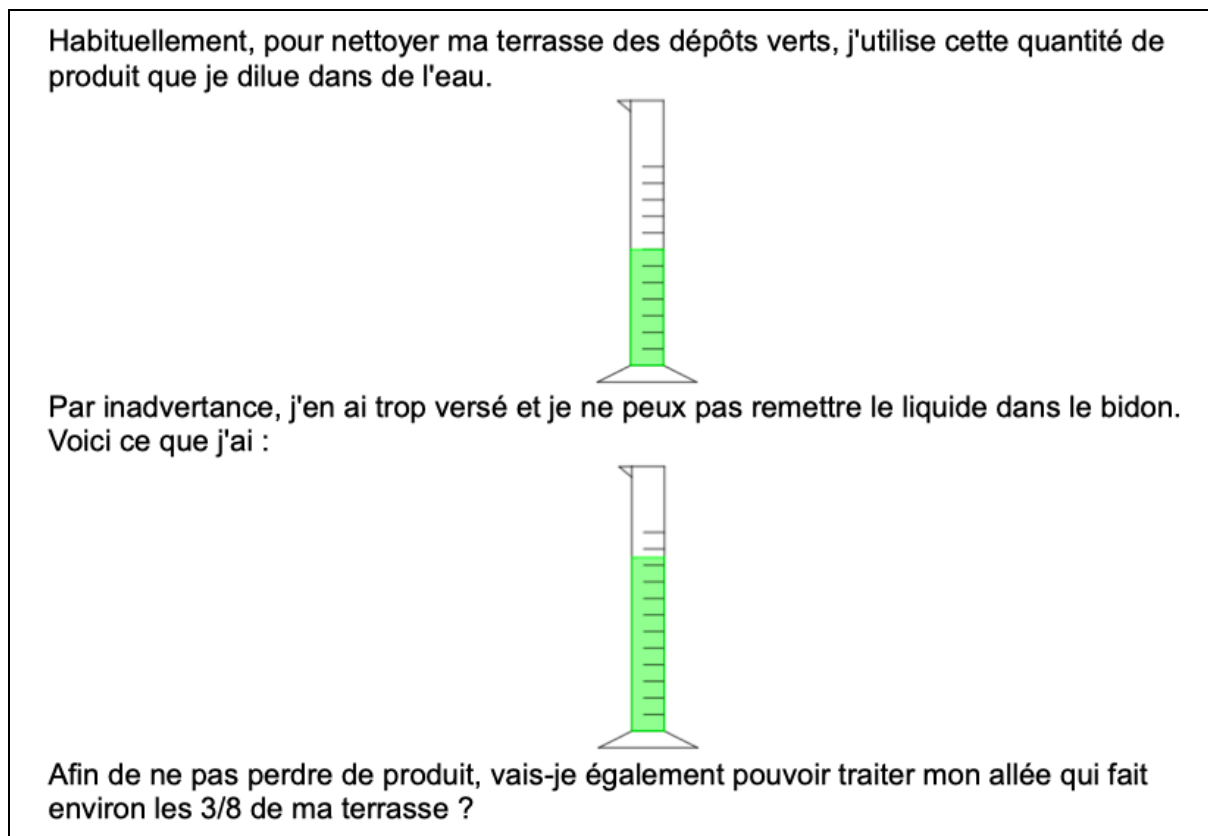


Figure 30 : Énoncé de l'éprouvette

Contrairement à la situation de la jauge, ici on ne peut pas connaître le volume de liquide. L'idée est qu'il n'y ait aucun recours possible à des unités, mais que des fractions avec des proportions.

Pour autant, sur l'énoncé proposé, les niveaux seraient à revoir car l'un des raisonnements possibles serait :

- 7 graduations correspondent à 1 terrasse.
- 3,5 graduations (différence éprouvette 2 et éprouvette 1) correspondent à une demi-terrasse.

L'allée faisant un peu moins de la moitié de la terrasse ($\frac{3}{8}$), l'allée pourra être traitée.

Un prolongement possible serait de proposer un volume de liquide supérieur à une seule éprouvette ou au-delà de la graduation la plus haute (fraction plus grande que 1).

Comment questionner la fraction nombre en fin de cycle 3 ?

Au cycle 3, si les élèves ont rencontré la fraction en termes de partage à l'école élémentaire, une bascule s'opère ensuite vers la fraction nombre.

Dans la ressource « *Des nombres au collège, parcours vers le réel* » (2008, CII Collège), le lecteur pourra trouver des éléments permettant une progression vers ce changement de statut de la fraction. La ressource présente en particulier la situation « *saut de puce* » bien connue à partir d'égalités à trou à compléter si possible. Elles sont proposées selon une certaine progressivité avec en dernier $3 \times \dots = 4$, celle-ci permettant d'introduire $\frac{4}{3}$ comme fraction quotient ensuite.

Le lecteur trouvera dans cette brochure un enchaînement de situations (à faire individuellement ou en groupe). Elles sont analysées et certaines s'appuient sur des droites

graduées. Il nous paraît intéressant d'en exposer trois (revenant sur la fraction partage) pour leur variété :

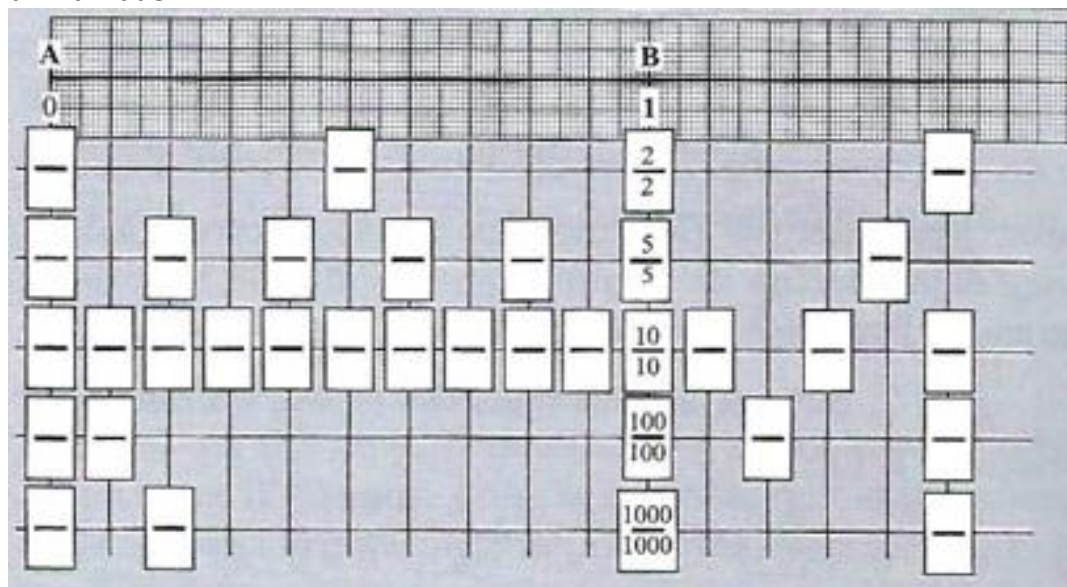
- certaines situations laissent la représentation d'une droite graduée entièrement à l'initiative des élèves (figure 31) ;

À main levée, sur une demi-droite graduée, place : $\frac{15}{2}$; $\frac{24}{3}$; $\frac{26}{3}$.

Figure 31 : extrait de « Des nombres au collège (...) », p.29

- d'autres donnent cette demi-droite graduée avec le repérage de l'origine, du 1 et de graduations plurielles (figure 32 avec comme support du papier millimétré)
- enfin certaines proposent une forme partielle de demi-droite graduée (figure 33, juste avec quelques nombres repérés). L'élève est selon les situations amené à anticiper une position d'une fraction à main levée ou à placer rigoureusement des points d'abscisse donnés (comme ce qu'on trouve plus classiquement dans les manuels). L'origine peut (ou pas) être présente sur la représentation donnée aux élèves.

Travail individuel



Sur la demi-droite graduée apparaît l'unité. Les autres lignes horizontales, indiquées par des fractions $\frac{2}{2}$; $\frac{5}{5}$... correspondent à des partages de l'unité.

Sur chaque ligne, tu vois des cadres avec seulement une barre de fraction.

Complète ces fractions en écrivant le numérateur et le dénominateur qui manquent.

Figure 32 : extrait de « Des nombres au collège (...) », p.30

L'enseignant peut signaler à la classe que les lignes verticales sont là pour l'aider à se reporter sur la demi-droite graduée. Cette situation sert d'appui pour définir une fraction décimale et à faire initialement trouver des égalités de type $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$...

Un prolongement est de demander avec ce support de compléter des égalités de type :

$$\frac{25}{100} = \frac{\quad}{10} + \frac{\quad}{100} \quad \text{ou de trouver une décomposition de ce type pour } \frac{342}{100}.$$

La situation suivante (figure 33) peut être adaptée selon le niveau des élèves. Pour les plus à l'aise, la droite graduée ne comporte pas le 0 tandis qu'il pourra être déjà positionné afin de soutenir les élèves en difficulté sur la fraction partage.

Travail individuel

1 2

A main levée, sans mesurer, marque un point correspondant à $\frac{2}{3}$ sur la droite graduée ci-dessus.

1 2

Puis toujours à main levée, place le point correspondant à $\frac{2}{5}$.

1 2

Puis toujours à main levée, place le point correspondant à $\frac{5}{4}$.

Figure 33 : extrait de « Des nombres au collège (...) », p.31

La droite graduée comme support d'automatismes

Nous proposons également une progression possible de questions flash menant vers la « fraction nombre ». Les éléments en figure 34 sont issus de la « course aux nombres » et sont commentés.

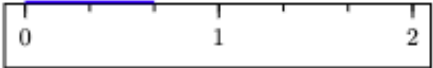
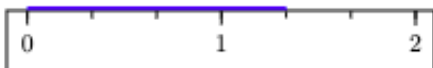
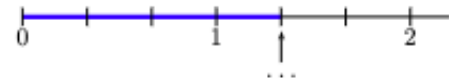
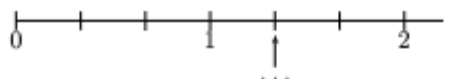
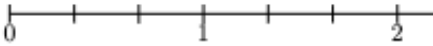
	Énoncé	Commentaires
1	Quelle est la longueur du segment bleu mesurée avec cette règle ? 	L'unité de longueur est définie par la règle. La règle est un objet usuel et familier de mesure d'une longueur. Le recours à cette règle particulière conforte la fraction comme nombre mesurant une longueur. Ici le segment mesure $\frac{2}{3}$ ul.
2	Quelle est la longueur du segment bleu mesurée avec cette règle ? 	Ici le segment mesure $1 + \frac{1}{3}$ ul ou $\frac{4}{3}$ ul.
3	Complète : 	Ce type de question fait le lien entre le nombre qui représente la mesure de la longueur du segment bleu et ce même nombre qui repère un point de l'axe.
4	Complète : 	Le segment n'est plus tracé. Seuls les nombres sont considérés
5	Place le nombre $1 + \frac{2}{3}$ 	

Figure 34 : Extraits de la course aux nombres commentés

Autres apports didactiques : présentation d'un espace de contraintes

Nous faisons le choix de présenter l'espace de contraintes sur le problème de la jauge (figure 35), tout en partant du principe que poser un problème : c'est chercher les données et les conditions pertinentes pour le circonscrire puis le résoudre. Ce concept est emprunté au cadre de l'Apprentissage par Problématisation (Orange, 2012, Doussot et al., 2022).

Ces données et ces contraintes sont des réponses à des questions qu'on se pose (au fur et à mesure). Cet espace relève du comprendre et non du résoudre. Nous avons réalisé cet espace de contraintes *a posteriori*, à partir des éléments produits/déduits par les élèves (les observables).

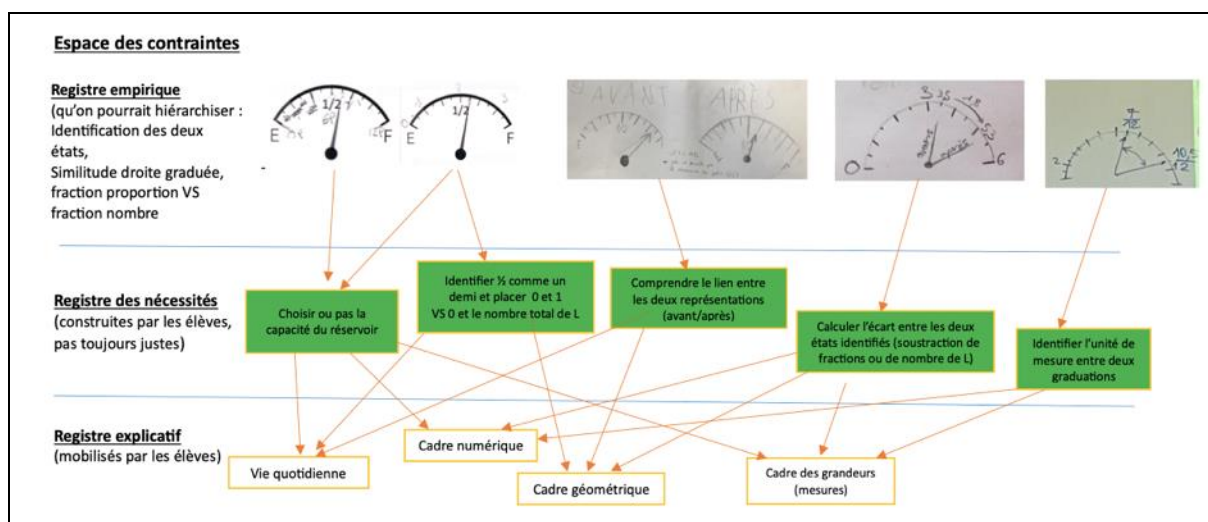


Figure 35 : Espace des contraintes « Jauge »

Cet espace des contraintes rend visible, pour le lecteur :

- les faits établis pour la classe,
- les raisonnements convoqués de la classe,
- l'avancée vers la construction du problème,
- l'avancée vers l'élaboration de solutions, les blocages.

La question du choix de modèle mathématique

Dans la réalité, si le modèle de proportionnalité semble assez bien adapté pour répondre à la situation proposée, ce n'est pas exactement ce modèle qui régit le fonctionnement de l'affichage dans les véhicules. Il nous semble donc opportun de présenter, en fin de séance, une petite vidéo ou des photos (comme en figure 36) qui viendraient remettre en question ce choix de modèle autour de la jauge.



Figure 36 : Exemple de photos questionnant le modèle de proportionnalité

6. Conclusion

En conclusion, ce germe de situation permet un travail mathématique visant un travail sur les nombres, en particulier les fractions qui peuvent être vues sous différentes facettes (fraction proportion, fraction nombre). Si le concept de demi-droite graduée est en cours de consolidation au cycle 3, il est ici revisité dans une forme moins canonique (car courbe et peut surprendre les élèves). C'est également un enjeu important du travail mathématique développé autour de la situation « jauge », et l'enseignant pourra trouver dans le cahier des pistes d'activités pour une progression sur ce concept.

Remerciements

L'équipe de formation-recherche tient à remercier non seulement les acteurs de terrain investis dans cette Lesson Study (élèves et enseignants du groupe « Activités-Lesson Study » de l'IREM de Rouen), mais aussi les acteurs de l'ombre sans qui ce type de formation n'aurait pas vu le jour, à savoir, l'équipe de direction administrative du collège Picasso de St Etienne du Rouvray ainsi que l'enseignant qui a prêté sa classe de 4^e pour l'occasion. Nous tenons à remercier les membres du laboratoire de recherche LDAR impliqués de près ou de loin dans cette formation d'un nouveau genre.

Bibliographie, sitographie

Commission Inter-Irem Collège, 2008, *Des nombres au collège, parcours vers le réel* », brochure APMEP.

Doussot, S., Gomes, L., Hersant, M., Lebouvier, B., & Orange, C. (2022). Le cadre de l'apprentissage par problématisation et les questions de l'évaluation. *Recherches en didactiques*, 33(1), 37-58.

MENJ, Repères de progressivité Cycle 3 (6^e)

<https://eduscol.education.fr/document/14014/download>

MENJ, Repères de progressivité Cycle 4 (5^e)

<https://eduscol.education.fr/document/14044/download>

MENJ, Repères de progressivité Cycle 4 (4^e)

<https://eduscol.education.fr/document/14056/download>

Manuel de l'élève « Dimensions Mathématiques, 6^e » éd. 2016, Editions Hatier

Brochure Jeux, APMEP

<https://www.apmep.fr/Les-brochures-Jeux-et-mathematiques-de-l-APMEP>

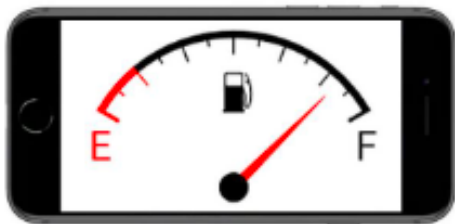
c.papy.free.fr

Annexe 1 : Retours sur diverses versions d'énoncés de la « jauge »

La version où les élèves doivent demander les informations dont ils auront besoin a fait unanimité dans les premières expérimentations de classe. Ce qui a motivé ce choix est que cela nous semble plus proche du réel.

Éric avec une classe de 4^{ème} :

Éric s'inspire de la ressource « FILL UP, PLEASE »³ de l'académie de Guyane.

Location d'un véhicule	
J'ai loué un véhicule utilitaire pour mon déménagement. Avant de restituer le véhicule, je dois remettre la jauge de carburant au niveau initial.	
J'ai pris en photo la jauge de carburant avant mon départ.	Après mon trajet, la jauge me donne cette indication :
	
Je m'arrête dans une station-service, mais c'est la nuit et l'employé me demande de payer avant de me servir. Il me dit qu'on ne peut payer que par tranches de 10 euros. Qu'est-ce que je vais lui répondre ? Je réfléchis :	
Sur mon smartphone, j'ai trouvé ces informations sur la contenance du réservoir de mon véhicule...	Et je sais que le véhicule consomme du Gasoil.
	
Je suis fatigué, j'ai envie de rentrer chez moi. Tout s'embrouille dans ma tête. Pouvez-vous m'aider à décider combien je dois payer ?	

Version d'énoncé d'Éric

³ https://maths.dis.ac-guyane.fr/IMG/pdf/fill_up_please.pdf

Les élèves ont posé les questions suivantes :

« C'est quoi la jauge ? », « C'est de la proportionnalité ? » ou encore « Ça n'a pas de rapport avec Pythagore ? » (Notion abordée dans son cours précédent)

À propos des informations sur le véhicule : « Pourquoi c'est sur 8 ? »

À propos du prix du gasoil : « Pourquoi il y a un 9 ? C'est pour 9 litres ? » et « Pourquoi c'est en grammes ? »

À propos des deux représentations : « On doit trouver un trait c'est combien de litres ? » et « Ça veut dire quoi E et F ? »

Il y avait deux échelles différentes sur les deux jauges mais cela n'a pas posé de problème.

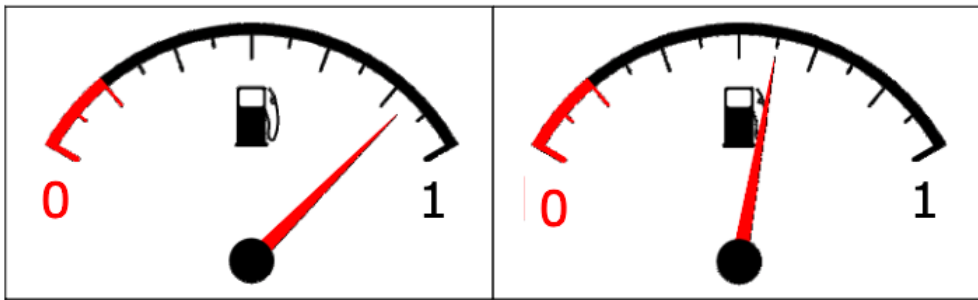
Le document sur la contenance du réservoir induit le travail sur les fractions. Éric a ressenti *a posteriori* la nécessité de travailler sur les unités qui entrent en jeu.

Catherine en classe de 5^{ème} et 6^{ème} :

Dans ses classes, Catherine a donné trois énoncés différenciés (indication de la capacité du réservoir de 80L, de 81L, pas d'indication pour les élèves les plus performants) avec toujours la même question (voir ci-dessous).

Location d'un véhicule

Je loue un véhicule utilitaire.
Voici ce qu'indiquait la jauge de carburant avant et après mon trajet :



Avant de restituer le véhicule, je dois remettre la jauge de carburant au niveau initial.
Quel volume de carburant dois-je remettre dans le réservoir avant de rendre le véhicule ?

Version d'énoncé de Catherine

Catherine a choisi de mettre 0 et 1 à la place de E (Empty) et F (Full). Selon elle, pour ses élèves, les fractions n'existent pas dans le monde réel.

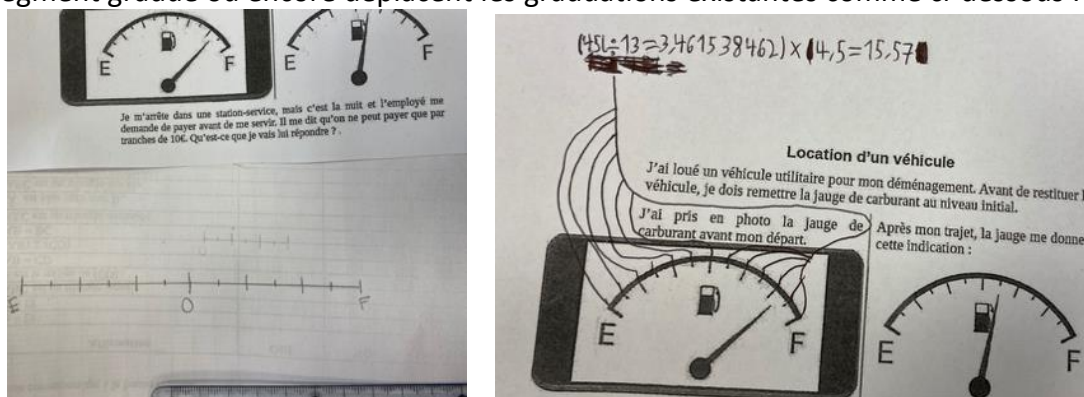
En 5^{ème} : des groupes d'élèves ont considéré 13 graduations et non pas 12 ce qui soulève le problème des arbres et des intervalles.

En 6^{ème} : Les élèves de 6^{ème} ont eu des difficultés pour graduer la jauge. Elle note une influence du travail sur les pourcentages de la séquence précédente et constate que donner le volume du réservoir incite à travailler sur des volumes et non sur des fractions.

Blandine en classe de 5^{ème} :

L'énoncé, proche de celui d'Éric a été modifié avec un volume de 45L donné pour le réservoir quand la question a été posée oralement dans la classe. Dans son scénario, un temps court était dédié aux premières interrogations des élèves avec mise en commun au bout de 15 min de recherche individuelle. Les questions qui ont émergé durant cette phase sont les suivantes : « Combien coûte 1L de carburant ? » « L'employé rend-il la monnaie ? » « Quelle est la taille du réservoir ? » « Pour 10 €, combien ai-je de carburant ? » « Quelle est la distance entre chaque graduation ? » « Combien l'automobile consomme de carburant par kilomètre ? »

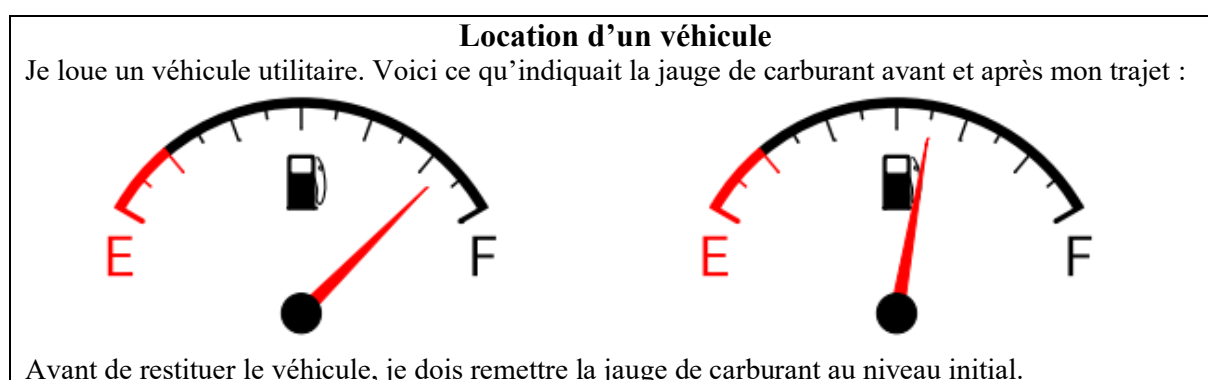
L'expérimentation montre que les représentations données dans l'énoncé sont parfois recomposées par des élèves, pour s'en emparer. Ils rendent linéaire la représentation et font un segment gradué ou encore déplacent les graduations existantes comme ci-dessous :



Certains élèves ont même initialement gradué les dessins en euros ce qui a nécessité une régulation en lien avec le fonctionnement même de la jauge et pas seulement autour des grandeurs en jeu.

Octavia en classe de 6^{ème}

Octavia a fait le choix de ne pas mettre de question initiale. C'était aux élèves d'en formuler une comme usuellement dans sa classe. Un consensus s'est établi autour du choix d'un volume du réservoir (60 L).



Énoncé d'Octavia

Le travail de certains élèves s'est fait avec une approche par un ordre de grandeur. Les élèves n'ont pas utilisé de fractions pour résoudre le problème.

Stéphanie en classe de 5^{ème}, 4^{ème} et 3^{ème}

L'énoncé donné à toutes ses classes est celui d'Octavia, les élèves l'ont lu seuls durant 5 min, puis il y a eu une phase de questionnement collectif, l'absence de question ne leur a pas posé de problème.

En 5^{ème} : Des remarques et questions d'élèves sont apparues lors d'un débat :

« Il faut le volume total du réservoir. », « Que veulent dire E et F ? », « On ne sait pas combien vaut une graduation. » ou encore « Une graduation, c'est 1 L. »

Ce dernier point a soulevé un débat : certains élèves ont imaginé que la capacité du réservoir était de 12 L.

Un consensus s'est fait sur l'utilisation des fractions. Les élèves ont trouvé 3,5/12.

L'enseignant a alors donné la capacité du réservoir (63 L) pour avoir le volume à rajouter au réservoir.

En 4^{ème} : elle relève que la différence entre les tailles des graduations (petites et grandes) a posé problème à certains car ils ont rapproché ces différences des graduations de leur règle. Il y a eu des confusions entre km et L, entre euros et L. L'enseignante a donc reprécisé à quoi correspond chaque unité, puis la classe a trié les informations en sélectionnant celles pertinentes, notamment l'intervention parasite de la consommation du véhicule apparue oralement.

Les élèves ont dégagé la question suivante : « *Quelle proportion du réservoir doit-on remplir ?* »

Ils ont trouvé $3,5/12$, soit par décomptage sur le dessin, soit en posant l'opération.

En 3^{ème} : Après plusieurs confusions, notamment entre « proportion du réservoir » et « litres », et un lien fait avec la proportionnalité, les élèves ont dégagé la question :

« *Quel pourcentage du réservoir faut-il remettre ?* »

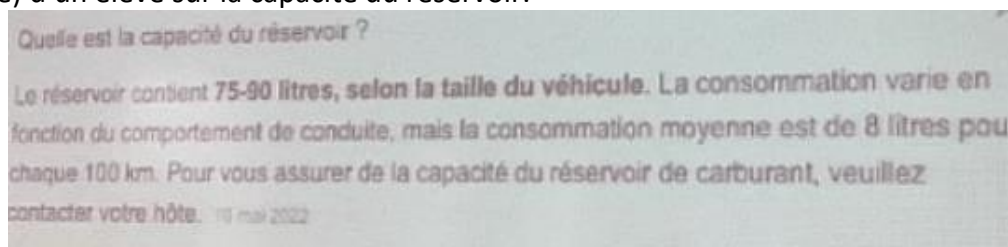
Ils ont posé la soustraction en douzième, puis ils ont exprimé $3,5/12$ sous forme de pourcentage.

Caroline en classe de 5^{ème}

Après une lecture individuelle de l'énoncé (semblable à celui d'Octavia, sans question) et un temps rapide de discussion des élèves en groupe, des questions de vocabulaire émergent concernant les mots « utilitaire », « restituer », ou « E » et « F ». S'en suit une mise en commun (10 min) des questions écrites au tableau :

Combien de litres faut-il mettre dans un véhicule pour remettre au niveau initial ? Quelle distance a-t-on fait ? La grande barre fait combien de litres ? La réserve en rouge fait combien de litres ? De combien le réservoir a-t-il baissé ?

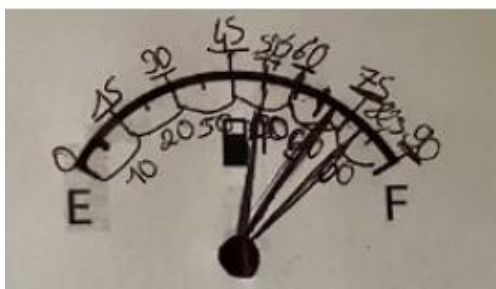
Après un retour en travail de groupe, l'enseignante partage une recherche internet (avec la tablette) d'un élève sur la capacité du réservoir.



Projection à la classe entière de la recherche sur internet

Les groupes d'élèves choisissent alors majoritairement de prendre 90 litres et poursuivent leur travail encore 20 min.

Certains groupes matérialisent les deux positions d'aiguille comme sur le schéma ci-après puis ils convoquent la notion de proportionnalité (avec la propriété de linéarité) :



$8L = 100 \text{ Km}$
 $1L = 12,5 \text{ Km}$
 $15L = 187,5$
 $2L = 25 \text{ Km}$
 $75 = 937,5 \text{ Km}$
 $77 = 962,5 \text{ Km}$
 $50 = 625 \text{ Km}$
 $27L = 337,5 \text{ Km}$

Ils ont parcouru 337,5 Km
 La grande bar fait 45 km
 Ils ont laisser de 27L.

Une production d'élève montre qu'il n'est pas spontané pour tous les élèves de graduer de gauche à droite le cadran.



Le fait de connaître la capacité de 90L a entrainé certains groupes à effectuer une recherche de l'unité (faisant successivement dans un même groupe 12/90 puis 90/12).



On a choisi la question de la grande barre On a choisi
 que le reservoir avait au max 90L et on l'a divisé par
 $\frac{12}{90}$ et on a trouvé 7,5
 $7,5 \times 6 =$

Il contient 90 Litre $90 \div 14 = 6,428$
~~6,428~~ 7,5
~~7,5~~ $7,5 \times 6 = 45$

Annexe 2 : Dessin mystère (extrait Jeu École 3) et dessin gradué (extrait Jeu École 1)



Dessin mystère

Présentation



L'activité proposée ici consiste à découvrir un dessin caché par repérage de points.

Principe

Sur des segments gradués, placer puis relier des points.
 Pour chaque dessin, les segments sont gradués régulièrement de la même façon mais le repérage diffère selon les segments.

Contenu

Huit dessins sont proposés :

- Activité A, un **diamant**, début du cycle 2 (nombres entiers inférieurs à 100)
- Activité B, une **étoile**, cycle 2 (nombres entiers inférieurs à 100)
- Activité C, un **chat**, cycle 2 (nombres entiers inférieurs à 100)
- Activité D, un **coq**, cycle 3 (nombres entiers)
- Activité E, une **pomme**, cycle 3 (nombres décimaux)
- Activité F, un **bateau**, cycle 3 (nombres décimaux)
- Activité G, un **papillon**, cycle 3 (nombres décimaux et fractions)
- Activité H, une **fourmi**, cycle 3 (nombres décimaux et fractions)



Dessin mystère

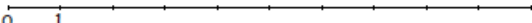


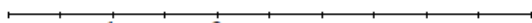
Activité A

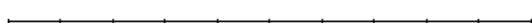
Ligne	Point	Nombre associé
(1)	A	5
(4)	B	2
(4)	C	3
(5)	D	1
(5)	E	9
(6)	F	2
(6)	G	3
(9)	H	12

Pour compléter

Ligne	Point	Nombre associé
(2)	I	1
(2)	J	4
(8)	K	6
(8)	L	24

(1) 

(2) 

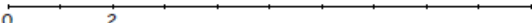
(3) 

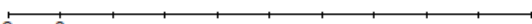
(4) 

(5) 

(6) 

(7) 

(8) 

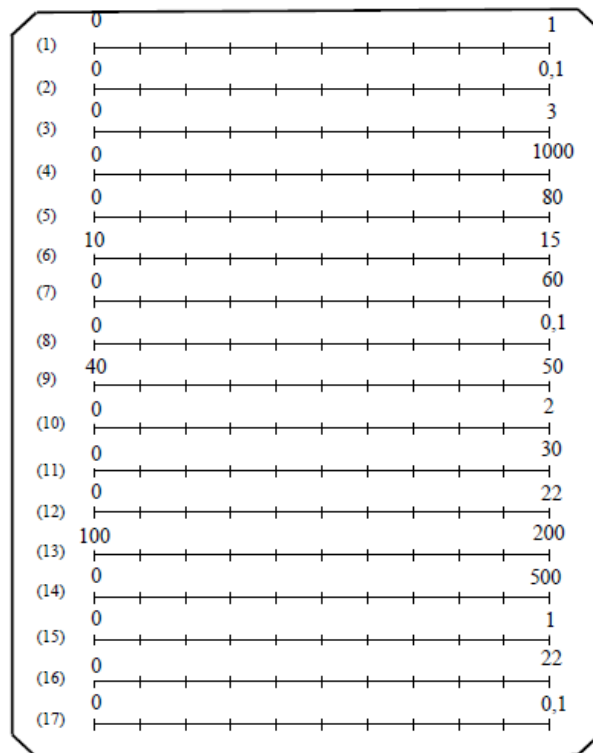
(9) 

Trace les lignes brisées ABDFHGECA et AIDKHLEJA.

APMEP – Dessins gradués

Pour découvrir le dessin codé, tu dois placer les points A, B, C ... selon les indications du tableau ci-dessous. Par exemple, le point A est sur la première ligne et son abscisse est 0,5.
Repère bien d'abord les extrémités des graduations qui changent à chaque ligne.
Quand tu auras placé tous les points, relie-les en suivant les instructions données sous le dessin.

Ligne	Point	Abscisse	Ligne	Point	Abscisse	Ligne	Point	Abscisse	Ligne	Point	Abscisse
1	A	0,5	4	J	400	6	S	13	9	B'	45
2	B	0,02	4	K	600	6	T	13,5	10	C'	0,6
2	C	0,04	4	L	700	6	U	14	10	D'	0,8
2	D	0,06	4	M	800	7	V	24	12	E'	11
2	E	0,08	5	N	8	7	W	36	13	F'	160
3	F	1,2	5	O	72	8	X	0,02	13	G'	170
3	G	1,8	6	P	11	8	Y	0,04	15	H'	0,5
4	H	200	6	Q	11,5	8	Z	0,06	17	I'	0,05
4	I	300	6	R	12	8	A'	0,08			



Relie dans l'ordre les points suivants : ADZB'YCA – NHMOUPN – FBI – GEL – QXV – TA'W – JS – KR – B'E'C'D'E'H'F'G'HT