Cahier de lesson study n°1

Année 2016-2017

Le radar tronçon

Co-écrit par :
Les enseignants stagiaires participant à ces Lesson study en 2016-2017,

L'équipe de formation-recherche :
Hélène Declercq (Groupe "Activités", IREM de Rouen)
Sylvain Duthil (Groupe "Activités", IREM de Rouen)
Frédéric Hartmann (Groupe "Activités", IREM de Rouen)
Blandine Masselin (Groupe "Activités", IREM de Rouen, LDAR)
Michèle Artigue (LDAR)

Avec le soutien de :
Nicolas Gendreau (IA-IPR de l'Académie de Rouen-Caen)

1. Introduction

La situation « Le radar tronçon »

L'équipe de formation-recherche a proposé la situation du radar tronçon suivante :

Le Radar tronçon

Pour contrôler la vitesse des véhicules, il existe un nouveau type de radar : les radars tronçon. Ce type de radar permet de mesurer la vitesse moyenne d'un automobiliste sur un tronçon de plusieurs kilomètres.

Sur une zone de contrôle de 9 km, la vitesse est limitée à 90 km/h. Un automobiliste a parcouru les cinq premiers kilomètres à la vitesse moyenne de 110 km/h. Prudemment, il décide d'abaisser sa vitesse à 60 km/h sur les quatre derniers kilomètres.

1/ Sera-t-il verbalisé ?

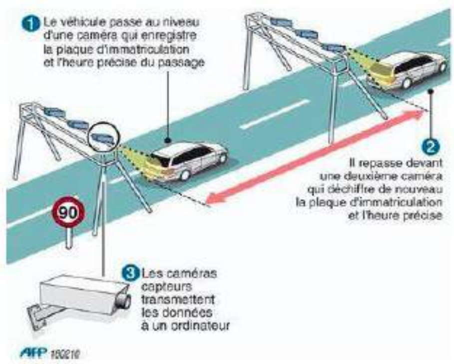
2/ A quelle vitesse moyenne maximale aurait-il pu rouler sur les quatre derniers kilomètres pour ne pas être verbalisé ?

Énoncé :

Il est issu de la ressource *Mathématiques et Quotidien*[1] publiée sur Éduscol. Le collectif préparant la lesson study l'a modifié ainsi :

Le Radar tronçon

Pour contrôler la vitesse des véhicules, il existe un nouveau type de radar : les radars tronçon. Ce type de radar permet de mesurer la vitesse moyenne d'un automobiliste sur un tronçon de plusieurs kilomètres.



Sur une zone de contrôle de 9 km, la vitesse est limitée à 90 km/h. Un automobiliste a parcouru les cinq premiers kilomètres à la vitesse moyenne de 110 km/h. Prudemment, il décide d'abaisser sa vitesse à 60 km/h sur les quatre derniers kilomètres.

Consigne: Sera-t-il verbalisé ?

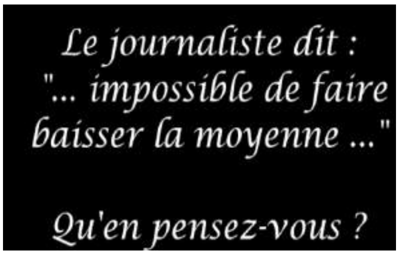
Une seule question a été retenue, compte-tenu de la difficulté de celle-ci. Une des vignettes de l'image a été supprimée.

1 http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/8/RA16_C3_C4_MATH_math_et_quotidien_600998.pdf

Cette vignette, par sa référence au calcul de la vitesse moyenne, semblait induire une stratégie particulière.
La deuxième question, relative à la vitesse maximale, peut être proposée aux élèves les plus rapides.

Soulignons qu'il y a plusieurs façons d'envisager la situation. Lancer cette situation avec une question bien choisie est tout à fait raisonnable. D'autres questions pourront émerger ensuite et être posées par les élèves eux-mêmes au lieu d'être posées par le seul enseignant, ce qui peut contribuer à leur engagement. Par ailleurs, la situation est prévue pour une réalisation en une séance. Répondre à cette question difficile pour les élèves et exploiter ces réponses collectivement suffisent largement à une séance.

Vidéo d'accroche :
Proposée telle quelle dans le document ressource *Mathématiques et Quotidien*, elle a été augmentée d'une question afin de créer du lien avec l'énoncé. Cette question reprend mot pour mot les propos du journaliste.



Un ancrage des Mathématiques dans le quotidien

La parole aux élèves :
Premier constat, les radars-tronçons ne font clairement pas partie de la vie quotidienne des élèves comme en témoigne un élève de troisième.

J'ai decouvert les radars tronçons et leur mode de fonctionnement.

En revanche, les radars fixes sont davantage connus des élèves. Ceux-ci calculent des vitesses instantanées, ce qui les distingue des radars-tronçons qui, eux, s'appuient sur la notion de vitesse moyenne.
Cette différence de fonctionnement pourra induire des procédures erronées. Mais ce n'est pas simplement la différence de fonctionnement qui induit des procédures erronées, c'est de façon plus profonde la conception erronée qu'une moyenne est nécessairement une moyenne arithmétique, comme précisé ensuite par Michèle Artigue[2], chercheur du LDAR[3], intervenant dans cette Lesson study.

2 http://www.ardm.eu/contenu/mich%C3%A8le-artigue-m%C3%A9daille-f%C3%A9lix-klein-2013
3 LDAR: Laboratoire de Didactique André Revuz, Université Paris Diderot, https://www.ldar.website/

La parole à Michèle Artigue :

La conviction de l'intérêt d'ancrer l'enseignement des mathématiques dans des questions liées à la vie quotidienne des élèves n'est en rien quelque chose de récent. On la trouve par exemple affirmée par le philosophe et éducateur John Dewey, au début du 20e siècle, et à la base de la pédagogie de l'école expérimentale qu'il fonde à Chicago. Cet ancrage dans des questions de vie quotidienne est généralement perçu comme un moyen d'aider les élèves à faire sens des mathématiques qui leur sont enseignées, à en comprendre l'utilité, même si l'intérêt, la raison d'être des mathématiques et de leur enseignement ne se limite pas à leur utilité pour répondre à des questions de vie quotidienne. Il doit aussi permettre que les mathématiques apprises à l'école, même hors contexte, soient mobilisables ensuite en dehors de l'école et outillent le regard et l'action sur le monde, de façon éclairée voire critique, ce qui on le sait ne va en rien de soi. Comme le soulignait déjà John Dewey, c'est un moyen de servir l'ambition de faire de l'École une École de la démocratie (Dewey, 1916 ; 2011).

Cet ancrage est aussi au cœur du concept de *Realistic Mathematics Education* qui s'est développé à l'Institut Freudenthal aux Pays-Bas à partir des années 70. Il y soutient une vision de l'apprentissage conçu comme une « réinvention guidée », à partir de situations réalistes pour les élèves et proches de leur quotidien, avec une progression soigneusement pensée dans la conceptualisation s'appuyant à la fois sur des processus de mathématisation horizontale et verticale (Van den Panhuizen & Drijvers, 2014).

Plus récemment, les influentes évaluations internationales PISA organisées tous les trois ans par l'OCDE depuis 2000, les projets européens visant le développement de pratiques de modélisation en mathématiques, la dissémination à grande échelle des démarches d'investigation en mathématiques, sciences et technologie[4], qui se sont multipliés à la suite de la publication du rapport connu sous le nom de rapport Rocard en 2007[5], ont contribué à remettre ces questions sur le devant de la scène. Dans de nombreux pays, des prescriptions curriculaires s'en sont suivi, les évaluations ont été modifiées en conséquence comme c'est le cas en France avec l'évolution des épreuves de mathématiques du DNB depuis quelques années.

Le plus souvent cependant, le lien avec les questions de vie quotidienne est un lien qui, dans l'enseignement des mathématiques, s'effectue a posteriori. Il est pensé en termes d'application de mathématiques déjà enseignées et non comme moteur de cet enseignement. Il n'y a d'ailleurs pas lieu qu'il en soit le seul moteur. Les objets mathématiques ont d'autres raisons d'être, et les nombres, formes géométriques… sont des sources inépuisables de questionnement, de curiosité, de créativité. Il est important de permettre aux élèves d'en faire aussi l'expérience.

Mais surtout, que le lien avec la vie quotidienne soit vu comme moteur ou comme application, trop souvent, ce qui est proposé comme réel n'a pas grand chose à voir avec le réel des élèves, et les questions posées à son propos sont artificielles et/ou loin des questions que les élèves sont susceptibles de se poser. Le réel y fonctionne comme un simple habillage qu'il ne faut surtout pas prendre trop au sérieux pour répondre aux

4 voir par exemple les ressources produites dans le cadre des projets LEMA et MASCIL (http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/fr/tout.php et http://www.mascil-project.eu), et plus généralement le portail http://www.scientix.eu qui recense ces projets.

5 http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_fr.pdf

questions posées. La vaste littérature didactique existante sur ce que l'on appelle les « word problems » le montre bien (voir par exemple Verschaffell, Greer & de Corte, 2001).
Si l'on souhaite dépasser cet état de choses et prendre au sérieux les liens possibles avec la vie quotidienne, il y a à travailler d'abord sur le choix des contextes et sur leur problématisation. Il faut trouver des contextes intéressants et offrant des défis accessibles aux élèves, avec l'aide de l'enseignant. Il faut prendre en compte le fait qu'une question de vie quotidienne est rarement directement une question mathématique. Elle le devient à travers un processus de mathématisation ou modélisation mathématique qui simplifie et interprète la réalité. Il est important de rendre visible cette étape, les choix qui y sont faits et la façon dont ils conditionnent l'appréhension du réel, en y associant activement les élèves. Et bien sûr, il importe de s'interroger, à l'issue du travail mathématique que la mathématisation a permis, sur la pertinence des résultats obtenus, vis à vis du contexte. C'est tout le processus cyclique de modélisation qui est ici en jeu.

Même quand on dispose de contextes et questions a priori intéressants et adaptés aux possibilités des élèves, faire vivre de telles activités dans les classes, les rendre compatibles avec les contraintes de la temporalité scolaire, les intégrer aux progressions d'enseignement, apporter aux élèves le guidage nécessaire tout en leur laissant l'autonomie nécessaire pour qu'ils aient une activité mathématique de qualité, exploiter au mieux le travail effectué avec les élèves, en tirer les leçons, tout ceci ne va en rien de soi. Et il ne suffit pas d'accéder à des ressources, fussent-elles de grande qualité, pour acquérir les compétences professionnelles nécessaires.

D'où l'idée des collègues de l'IREM de Rouen impliqués dans la rédaction du document ressources Mathématiques et vie quotidienne accessible sur le site d'Eduscol d'organiser une formation où des enseignants de collège travailleraient collectivement à la préparation de séances d'enseignement, à partir de ressources existantes, puis où l'un d'entre eux mettrait en œuvre cette préparation dans une classe, en bénéficiant de l'appui des collègues et chercheurs impliqués pour recueillir des données, et discuter a posteriori de cette réalisation, voir comment l'améliorer, l'adapter à d'autres contextes… Ce schéma s'inspire très directement de la tradition japonaise des « Lesson Studies » qui a montré son efficacité pour soutenir le développement professionnel des enseignants au Japon et bien au-delà de ce seul pays[6]. C'est ce qui a été fait dans le stage dont ce cahier est issu, et explique son titre.

La situation choisie pour ce cahier est la situation « Radar Tronçon » du document ressource cité plus haut. Il n'est pas sûr que les élèves de collège connaissent ce dispositif mais tous ont certainement entendu parler de radars et assisté à des discussions les concernant. Le point de départ est une courte vidéo, un extrait de journal télévisé qui présente ce dispositif et affirme que, grâce à lui, les conducteurs dépassant la limitation de vitesse seront verbalisés. S'interroger sur le bien-fondé de cette affirmation qui, comme de nombreuses affirmations médiatiques, est assénée sans la moindre justification, c'est rentrer dans le champ des mathématiques citoyennes. Différents scénarios didactiques sont envisageables. La ressource Eduscol en propose déjà un qui a été expérimenté. Il constitue un point d'appui pour la formation. Sans dévoiler le travail mené, il me semble

---

6 Voir par exemple https://www.hepl.ch/cms/accueil/formation/unites-enseignement-et-recherche/did-mathematiques-sciences-nat/laboratoire-lausannois-lesson-st/les-lesson-et-learning-study.html

important de souligner le potentiel de ce contexte. L'affirmation du présentateur du journal télévisé est erronée et les mathématiques du collège permettent à un élève de ce niveau de le prouver ! Dans ce contexte, le concept fondamental est celui de vitesse : vitesse instantanée, vitesse moyenne, un concept qui n'est pas propre aux mathématiques et intéresse d'autres disciplines enseignées, notamment les sciences physiques. Il y a donc là un potentiel pour des connexions interdisciplinaires. De plus, ce contexte fait naturellement émerger une « misconception » résistante et permet de la travailler : le fait que l'idée de moyenne est systématiquement perçue comme devant être modélisée par une moyenne arithmétique, éventuellement pondérée. Dans ce contexte, comme dans bien d'autres où interviennent des vitesses, ce n'est pas vrai. Si l'on parcourt une distance à une vitesse v_1 puis la même distance à la vitesse v_2, la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours n'est pas la moyenne arithmétique des vitesses v_1 et v_2, mais leur moyenne harmonique : c'est l'inverse de la vitesse moyenne qui est la moyenne arithmétique des inverses des vitesses v_1 et v_2 ! C'est pourquoi, il est inutile d'espérer rattraper le temps perdu dans la montée d'un col en vélo en descendant à toute allure (voir la situation du cycliste utilisée par Marc Legrand dans le cadre du débat scientifique[7]), et faux de penser que le vent qui nous pousse au retour compense exactement le temps perdu à pédaler vent de face à l'aller. A ces potentialités s'ajoutent celles de consolidation des connaissances sur les grandeurs et les conversions entre unités de grandeur, la possibilité de répondre à la question posée avec des stratégies diverses, et aussi le fait que la réponse, une fois obtenue, suscite de nouvelles questions. Enfin ce contexte montre les potentialités des outils technologiques utilisés dans les classes pour explorer ces nouvelles questions, organiser la variation systématique des paramètres, enrichir la compréhension des phénomènes en jeu en les visualisant. Il est clair que ces potentialités ne pourront certainement pas être toutes exploitées dans une classe de collège, avec le temps nécessairement limité qui peut être accordé à une telle situation, mais il est important de les identifier.

M. Van den Heuvel Panhuizen & P. Drijvers (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 521-525). New-York : Springer.

L. Verschaffel, B. Greer, & E. de Corte (2000). Making Sense of Word Problems. Swets & Zietlinger Publishers.

BO et Compétences au cycle 4

Voici un extrait du document ressource *Grandeurs et mesures* [8] au cycle 3 :

Stratégies d'enseignement

Le thème « grandeurs et mesures » n'a pas vocation à être travaillé seul mais au service de la résolution de problèmes. Il permet d'aborder une diversité de situations qui relèvent d'autres parties du programme : calcul numérique, calcul littéral, équations, fonctions, géométrie. L'attendu de fin de cycle « mobiliser la proportionnalité pour résoudre un problème » y est fortement travaillé.

7 https://www.idref.fr/029703921

8 http://eduscol.education.fr/cid101461/ressources-maths-cycle-3.html

Savoir-faire travaillés

- Manipuler et interpréter des grandeurs.
- Comparer des grandeurs.
- Mesurer.
- Référer à des formules et calculer.
- Référer à des unités et effectuer des changements d'unités.

Utilisation des unités dans les calculs

L'utilisation des unités dans les égalités et les calculs est légitime. Elle permet un contrôle de l'unité finale (évitant par exemple des confusions entre périmètre et aire ou des erreurs de formules dans le cadre des vitesses) ; elle peut aussi être une aide dans les changements d'unités. Un lien peut aussi être effectué entre les unités et les formules (par exemple entre l'unité km/h et la formule v=d/t) ou entre l'utilisation des unités dans les calculs et le calcul littéral (*cf. infra* pour le calcul d'aire). On privilégiera les écritures du type P = 2 × (3 cm + 5 cm) = 2 × 8 cm = 16 cm pour le calcul de la mesure d'un périmètre et $A = \frac{4\text{ cm} \times 6\text{ cm}}{2} = \frac{24\text{ cm}^2}{2} = 12\text{ cm}^2$ pour le calcul de la mesure d'une aire.

Les conversions de durées doivent faire l'objet d'un traitement spécifique. Ainsi la conversion en mesure décimale de 3 h 50 min peut être traitée de différentes manières :

- en s'appuyant sur les connaissances antérieures sous la forme suivante : 60 min = 1h donc 1 min = $\frac{1}{60}$ h (ou en divisant 1 par 60) donc 50 min = 50 × $\frac{1}{60}$ h = $\frac{50}{60}$ h ≈ 0,8 h (ou en divisant 50 par 60) ce qui permet d'obtenir 3 h 50 min ≈ 3,8 h.
  On utilise ici le coefficient de proportionnalité existant entre les mesures de temps en minute et en heure.
- en partant de la relation fondamentale 60 min = 1h donc 10 min = $\frac{1}{6}$ h donc 50 min = 5 × 10 min = 5 × $\frac{1}{6}$ h = $\frac{5}{6}$ h ≈ 0,8 h. Ce qui permet d'obtenir le même résultat en utilisant cette fois le coefficient de linéarité existant entre 60 min et 10 min.

La conversion de la mesure décimale en mesure sexagésimale peut également se traiter de différentes manières. Par exemple pour 1,7 h :

- en s'appuyant sur les connaissances antérieures sous la forme suivante : 1 h = 60 min donc
  1,7 h = 1 h + 0,7 h = 1 h + 0,7 × 1 h = 1 h + 0,7 × 60 min = 1 h + 42 min = 1 h 42 min
  1,7 h = 1 h + 0,7 h puis sachant que 1 h = 60 min donc $\frac{1}{10}$ h = 0,1 h = 6 min donc
  0,7 h = 7 × 0,1 h = 7 × 6 min = 42 min on obtient le résultat. Cette méthode a l'avantage d'être très opérationnelle en calcul mental
- Une fois encore on utilise le coefficient de proportionnalité entre minute et heure ou un coefficient de linéarité.

Remarques

- Dans ces calculs certaines étapes sont à faire mentalement.
- On peut aussi varier la présentation et utiliser des équivalences du type : 1 h = 60 min donc 0,1 h = 6 min (on divise par 10) donc 0,7 h = 42 min (on multiplie par 7).
- On rappelle que les calculatrices utilisées au collège permettent d'effectuer ces conversions.
- On veillera à n'effectuer que des conversions « réalistes » avec la situation travaillée.

2. Analyse a priori

Dans cette partie, le lecteur trouvera tout d'abord une analyse a priori de la situation initiale effectuée par trois groupes de quatre enseignants stagiaires (Groupe 1, 2 et 3). Ils ont réalisé cette première analyse à l'aide d'une grille fournie par l'équipe de formation, qui visait à organiser et à structurer cette analyse a priori autour des différentes composantes du tableau.
Elle est suivie d'une réflexion sur l'insertion de cette situation dans une progression.

Objectifs

Est visée par le collectif préparant la lesson study l'étude d'un phénomène autour des vitesses moyennes afin de faire comprendre que la vitesse moyenne n'est pas la moyenne des vitesses.

Amorce d'analyse a priori

Le collectif d'enseignants a dans un premier temps pris connaissance de l'énoncé et de l'extrait-vidéo décrits en amont. Voici le fruit de leur réflexion autour des axes proposés.

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Connaissances maths en jeu	Proportionnalité, vitesse, unités de mesure, Fractions	Vitesse moyenne, fractions (comparaison, addition), conversions, valeur exacte, approchée	Proportionnalité, vitesse moyenne, durées, fractions, conversions, Fonctions en faisant varier par exemple la distance parcourue à 110 (avec tableur), Probas ?
Dimension « vie quotidienne »	Sécurité routière, questions d'éthique cependant, par ailleurs ces radars ne sont pas forcément connus des élèves, sont seulement indirectement concernés	Sécurité routière, prévention	Sécurité routière
Place dans la progression	3e n'importe où, 4e après proportionnalité vitesse	Thème 7 : transport	A la fin des grandeurs quotients, proportionnalité en fil rouge, plutôt 3e
Démarches possibles des élèves	Calculer les deux temps et calculer la vitesse moyenne, ou comparer avec le temps à la vitesse 90km/h	Comparaison des vitesses, Comparaison des temps (avec valeurs exactes ou approchées)	Tableau de proportionnalité, utilisation formule v=d/t, calculs de vitesse moyenne, de durées
Difficultés et erreurs possibles	Identifier le temps comme variable clef. Conversions unités (heures, minutes). Calcul fractionnaire si absence de calculatrice, Valeurs exactes/approchées Erreur moyenne, moyenne pondérée	Erreur moyenne des vitesses Savoir jongler entre v et t Savoir conclure Utilisation des fractions et calculs associés	Compréhension du problème, sens du mot « verbaliser », Interpréter vitesse plus grande, moins de temps, et l'inverse.

Grille d'amorce d'analyse a priori

Connaissances mises en jeu

Voici une liste des connaissances en lien avec cette situation :
- Proportionnalité
- Notion de grandeurs composées, ici vitesse moyenne
- Calculs de durée, de vitesse (pas de distance)
- Connaissance de v=d/t et de ses adaptations t=d/v et d=v.t
- Connaissances anciennes sur les heures décimales, fractionnaires
- Conversions h, min, s
- Calcul sur les grandeurs en général, conservation des unités, homogénéité
- Passage d'une écriture décimale à fractionnaire, sens des écritures
- Calcul sur les fractions

Place dans la progression, cycle

Il est important de noter que la place de cette ressource dans le cycle 4 donne un déroulement très différent selon son positionnement dans la progression.

Cette activité peut être proposée à partir de la quatrième en réinvestissement de la notion de vitesse. Envisager cette ressource en introduction de la notion de vitesse semble difficile.

Cette ressource trouve également sa place en troisième en lien avec les grandeurs quotients et les conversions d'unité (mesure de durées sexagésimales et décimales).

Cette ressource peut permettre le travail de différentes notions telles que le calcul fractionnaire, valeur approchée, valeur exacte selon l'orientation donnée par les élèves et/ou l'enseignant.

Il est intéressant de connaître le travail effectué sur la vitesse par d'autres disciplines (Sciences Physiques, Technologie, EPS, …). Ce travail aura un impact dans le déroulement de l'activité.

L'organisation et les choix des artefacts numériques sont déterminants pour le déroulement du scenario. L'usage de la calculatrice, par exemple, permet de lever des difficultés autour du calcul fractionnaire mais elle peut amener à une conclusion erronée à cause d'arrondis grossiers et/ou successifs. Ceci est illustré par la production d'un groupe d'élèves (4ème) :

$t = \frac{d}{v}$ $\quad$ $t = \frac{d}{v}$ $\quad$ $v = \frac{d}{t}$

$t = \frac{5km}{110km/h}$ $\quad$ $t = \frac{4km}{60km/h}$ $\quad$ $v = \frac{9km}{0,1h}$

$t = 0,05h$ $\quad$ $t = 0,06\,h.$ $\quad$ $v = 90\,km/h$

$0,06\,h + 0,04h = 0,1h.$

On peut noter que ce dernier a réalisé des arrondis et des troncatures. Leur résultat n'a pas permis de trancher.

L'utilisation du tableur (ou de GeoGebra) peut être envisagée pour tester, calculer, modéliser. Ces alternatives seront revues dans les prolongements et annexes.

Démarches possibles des élèves (justes ou erronées)

Il y a au moins trois démarches justes décrites ci-après.

Stratégie 1

Calcul de la durée sur chacune des parties du tronçon puis calcul de la vitesse moyenne sur l'ensemble du tronçon.

$$t_1 = \frac{5km}{\frac{110km}{h}} = \frac{1}{22}h$$

$$t_2 = \frac{4km}{\frac{60km}{h}} = \frac{1}{15}h$$

$$t_1 + t_2 = \frac{1}{22}h + \frac{1}{15}h = \frac{37}{330}h$$

$$v = \frac{9km}{\frac{37}{330h}}$$

$$v = \frac{80{,}27km}{h}$$

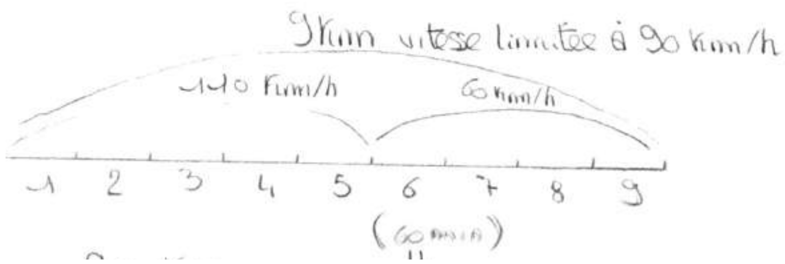
Pour obtenir ces résultats, les élèves n'utiliseront pas nécessairement les formules et le calcul algébrique mais pourront utiliser des arguments de proportionnalité.

Par exemple : $110\,km$ en $1\,h$

$5\,km$ en ?

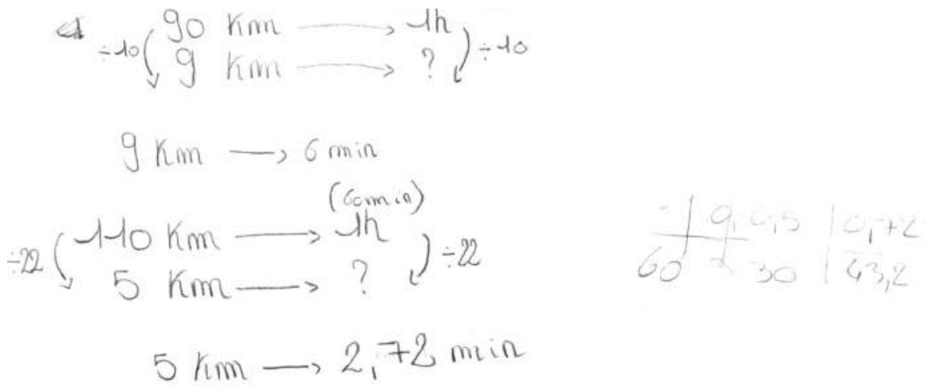
Pour passer de $110\,km$ à $5\,km$, on divise par 22 d'où la durée de $\frac{1}{22}$ h .

Stratégie 2



← *Production d'un élève*

Production de groupe d'élèves :



$$\div 15 \left(\begin{array}{l} 60 \text{ Km} \longrightarrow 1\text{h} \ (60 \text{ min}) \\ 4 \text{ Km} \longrightarrow \ ? \end{array} \right) \div 15$$

4 Km → 4 min

2,72 + 4 = 6,72 min

7 min 12 sec > 6 min

6,72 = 6 × 60 + 0,72 × 60 = 360 + 43,2 = $\boxed{403{,}2 \text{ sec}}$

$60 \text{ sec} \xrightarrow{\div 60} 1 \text{ min}$

$403{,}2 \text{ sec} \xrightarrow{\div 60} \ ?$

403,2 sec → 6,72

L'automobiliste aurait dû parcourir les 9 Km entre les 2 caméras en 6 min, il les a parcouru en 7 min 12 sec ce qui signifie que sa vitesse moyenne n'était pas supérieure à celle autorisé, il ne sera donc pas verbalisé.

Calcul de la durée minimale pour ne pas être verbalisée, c'est à dire la durée nécessaire pour parcourir le tronçon à la vitesse maximale autorisée de $90\,km/h$.

Cette durée est de $6\,min$. Elle est à comparer aux $\frac{37}{330}h = 6{,}72\,min$. Attention au raisonnement qu'il serait utile de faire préciser aux élèves utilisant cette stratégie :

« Puisque l'automobiliste met plus de temps pour parcourir les $9\,km$ que le temps nécessaire à $90\,km/h$, c'est qu'il a une vitesse moyenne inférieure à $90\,km/h$. »

Un extrait vidéo (nommé Groupe Juliette) montrant des élèves utilisant cette stratégie est disponible sur le site de l'IREM de Rouen.

Stratégie 3

Un autre raisonnement possible pour répondre à la question posée est qu'à la vitesse de $90\,km/h$, on met $6\,min$ pour faire $9\,km$.

Donc, pour ne pas être verbalisé, il faut mettre plus de $6\,min$ pour parcourir le tronçon.

Comme on met $4\,min$ pour faire la seconde partie du tronçon, il faut mettre plus de $2\,min$ pour les premiers $5\,km$. Or $2\,min$ pour $5\,km$, cela correspond à $150\,km$ en une heure.

Le point sur une difficulté autour de la situation

Le principal écueil est le calcul d'une *moyenne arithmétique*, *simple* ou *pondérée*. Même Wikipédia vous permet de retrouver des informations concernant cette difficulté :

Exemples [modifier | modifier le code]

Dans certains cas, la moyenne harmonique donne la véritable notion de « moyenne ». Par exemple, si pour la moitié de la *distance* d'un trajet vous voyagez à 40 kilomètres par heure, et que pour l'autre moitié vous voyagez à 60 kilomètres par heure, votre vitesse moyenne est alors donnée par la moyenne harmonique de 40 km/h et 60 km/h, ce qui donne 48 km/h. Votre temps de voyage total est donc le même que si vous aviez voyagé à 48 kilomètres par heure sur l'ensemble de la distance (attention toutefois, si vous aviez voyagé la moitié du *temps* à une vitesse, et l'autre moitié du *temps* (et non de la distance) à une autre vitesse, la moyenne arithmétique, dans ce cas 50 kilomètres par heure, vous aurait donné la bonne moyenne).

En effet, l'idée de calculer une moyenne n'est pas inintéressante car une moyenne *harmonique* pondérée par les *distances* donne la vitesse moyenne sur l'ensemble du tronçon.
En général, le calcul d'une moyenne harmonique des nombres x_1, x_2, ..., x_n associés aux poids w_1, w_2, ... , w_n est donnée par : $H=(w_1 + w_2 + \ldots + w_n)/(w_1/x_1 + w_n/ x_2 + \ldots w_n/x_n)$.
Dans notre cas, on a donc : $V=(5km + 4km)/(5km/110km/h + 4km/60km/h)$

$V= 9km/(1/22h+1/15h)$

$V=9km/(59/330h)$

$V=80{,}27$ km/h

On retrouve, dans ce calcul de moyenne harmonique pondérée, la stratégie élève qui consiste à commencer par calculer les durées ($\frac{1}{22}h$ et $\frac{1}{15}h$) pour chaque partie du tronçon.
Si le calcul d'une *moyenne arithmétique pondérée par les distances* ne convient pas ici, en revanche le calcul d'une moyenne arithmétique *pondérée par le temps* est une bonne idée.
Le lecteur pourra vérifier qu'à partir de : $V= (t_1.v_1 + t_2.v_2)/(t_1 + t_2)$, on obtient bien : $V=(d_1+d_2) / (d_1/v_1 + d_2/v_2)$.

Scénario

Un entraînement en amont

Afin de permettre aux élèves un travail efficace lors de l'activité, il peut être intéressant de leur faire travailler en amont des conversions heures/minutes, des calculs automatisés et des calculs simples de vitesse moyenne.
Par exemple, pour la lesson study du 14 novembre 2016, ont été faits en amont les calculs automatisés suivants :

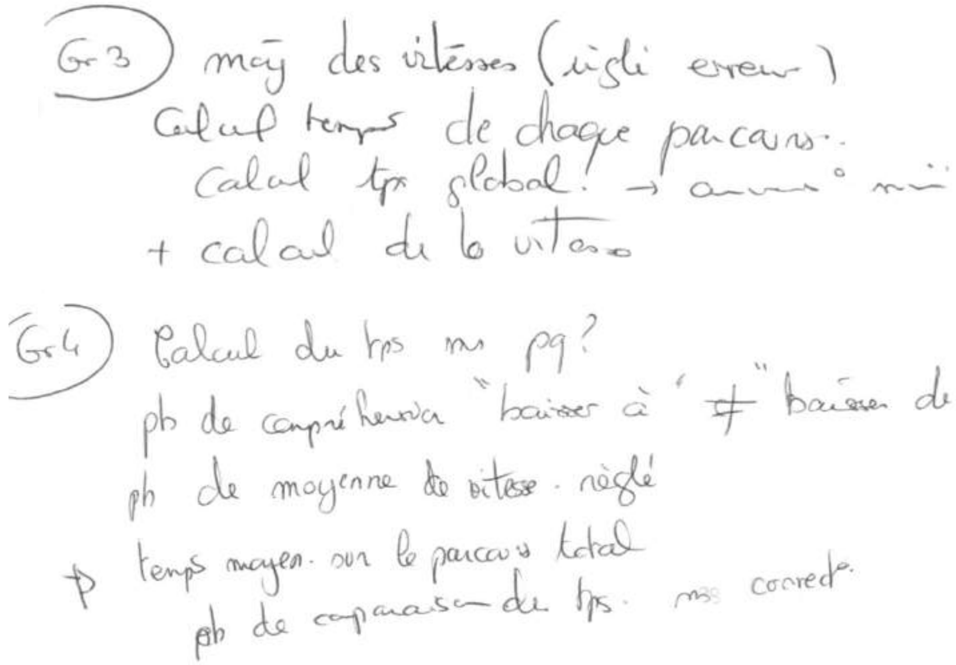
- Le 03 Octobre 2016 : *« Si je fais 10 km en 40 min, quelle est ma vitesse ? »*
- Le 17 Octobre 2016 : « *Convertir en minutes 5 dixièmes d'heure ou 0,5 h*
  1 dixième d'heure ou 0,1 h,
  puis 1,2h »
- Le 08 Novembre 2016 : « *45 min = … h* »
  Et « *Combien de temps faut-il pour faire 120 km avec une vitesse de 90 km/h ?* »

Scénario retenu

Cette situation se prête bien à un travail en groupe des élèves (par trois ou quatre), groupes dont la composition est laissée à l'appréciation de l'enseignant (homogène, hétérogène, affinité, …).

En effet, la mise en groupe favorise l'engagement de tous les élèves, l'élaboration de stratégies et l'obtention de résultats dans le temps imparti d'une séance : c'est ici un choix raisonnable.

Pour un suivi optimisé des groupes, il peut être pertinent de préparer une feuille pour noter l'évolution des travaux de ces derniers.
Par exemple :


Gr 3) moy des vitesses (réglé erreur)
Calcul temps de chaque parcours.
Calcul tps global ! →
+ calcul de la vitesse

Gr 4) Calcul du tps ms pq ?
pb de compréhension "baisser à" ≠ "baisser de"
pb de moyenne de vitesse . réglé
temps moyen . sur le parcours total
pb de comparaison de tps . mais correct.

Extrait de notes de recueil des stratégies des groupes par l'enseignant

Les phases

Une durée de chaque phase est donnée à titre indicatif. En fonction de l'avancée de chaque groupe, les durées peuvent varier.

<u>Phase 1 (collective) :</u> 10 minutes en tout

- Passage de la vidéo 1 fois ou 2 fois si cela est demandé par la classe.
- Court débat de façon à s'assurer de la bonne compréhension de la question et à faire émerger les grandeurs en jeu. Notamment faire comprendre qu'un ralentissement aura une influence sur la vitesse moyenne sur le tronçon.
- Profiter du débat pour clarifier le vocabulaire : en particulier « verbaliser » à ne pas confondre avec « en infraction ».

Phase 2 (individuelle) : 5 à 10 minutes selon la réaction de la classe (à l'enseignant de voir)

- Distribution et lecture individuelle des énoncés.
- La consigne est à choisir parmi « Comment faire ? » ou « Tâchez d'élaborer une stratégie, n'hésitez pas à commencer à écrire des calculs ».

Phase 3 (travail en groupe) **:** 30 minutes

- Consigne « Produire une synthèse par groupe, même incomplète » : c'est ici une synthèse du travail mené dans le groupe, de type narration de recherche, ou encore une réponse même incomplète.
- Mise en groupe, utilisation du tableau d'interventions possibles pour débloquer ou recentrer le travail de certains groupes si besoin (*cf.* Grille d'interventions possibles).
- L'enseignant passe dans chaque groupe, pour répondre à la demande des groupes et compléter la fiche de suivi des groupes.

Pause *: Analyse des travaux par l'enseignant (phase qui nécessite du temps, l'idéal pour l'enseignant est de le faire entre deux séances de classe).*

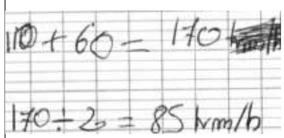
- L'enseignant choisit des productions obtenues lors de la séance pour permettre d'ouvrir le débat de classe sur des procédures élaborées dans les groupes. Par exemple, il peut choisir des productions comportant différents types d'erreurs :
    - ♦ Un groupe qui a commis une erreur sur la formule de la vitesse.
    - ♦ Un groupe qui a commis une erreur sur l'arrondi.
    - ♦ Un groupe qui a commis une erreur sur le calcul de moyenne au lieu de calcul de vitesse.
    - ♦ Un groupe qui a commis une erreur de conversion.
- La sélection des productions est faite par l'enseignant mais la présentation sera réalisée oralement ensuite par un élève du groupe qui a produit le travail mathématique.

Phase 4 : durée variable, ce temps dépend de l'objectif visé par l'enseignant et de l'institutionnalisation choisie.

- Les objectifs de cette phase sont d'identifier les différentes stratégies utilisées, correctes et incorrectes, de les comparer, de travailler sur les erreurs commises, d'arriver à une réponse complète et argumentée, d'institutionnaliser ce qui est à retenir de ce travail, en s'appuyant sur les productions des élèves et de façon interactive. L'enseignant peut, si bon lui semble, utiliser un fichier tableur ou GeoGebra (cf. Annexes).
- Une fiche outil, une correction ou des éléments pour conclure à la maison peuvent être distribués aux élèves.

La grille d'interventions possibles de l'enseignant

Voici une grille, non exhaustive, d'interventions possibles de l'enseignant pensée pour la phase de travail de groupe. Elle nous semble pouvoir aider l'enseignant face à certains observables autour du travail des élèves.
Ceci est bien sûr instancié dans le contexte spécifique qui est celui du stage. Nous proposons cette grille ici, en ce qu'elle fournit des aides plus génériques que vous pourrez réutiliser pour vos classes.

Déclencheur d'intervention	Interventions	Effets attendus, buts	Extraits copies
Un calcul de vitesse moyenne simple est effectué (110+60) /2.	Pousser à un cas limite : 110km/h sur 8,5 km et 60km/h sur les 500 derniers mètres par exemple.	Questionner la notion de vitesse moyenne, remettre en cause l'idée qu'une vitesse moyenne est une moyenne arithmétique des vitesses.	
Un calcul de vitesse s'appuie sur une moyenne pondérée.	Un marcheur monte un col à 3km/h pendant 6 km et redescend ce même chemin à une vitesse de 6 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur la totalité du trajet ?	Questionner la notion de vitesse moyenne, remettre en cause l'idée qu'une vitesse moyenne est une moyenne de vitesses.	Annexe Groupe 3 et Annexe Groupe 4
Aucun lien n'apparaît entre la vitesse, la distance et le temps	En repassant par les unités. Ou en faisant usage de la proportionnalité Ou appui sur vécu de classe début Octobre. Vu en physique et en mathématiques sur un calcul automatisé : « Si je fais 10 km en 40 min, quelle est ma vitesse ? »	Établir une relation entre la vitesse, la distance et le temps.	
Comment faire intervenir l'intermédiaire t_1 et t_2 ?	« Quelles sont les grandeurs en jeu ? » Ou encore « De quoi on a besoin pour calculer la vitesse moyenne ? » Et pour finir si besoin « Est-ce que tu peux calculer t_1 ? »	Les enrôler vers une stratégie	

Des problèmes de conversions entre heures, minutes et secondes apparaissent.	S'appuyer sur un exemple vécu en amont en classe Calcul automatisé le 17 Octobre : « Convertir en minutes 5 dixièmes d'h ou 0,5h 1 dixième d'h ou 0,1h puis 1,2h »	Faciliter les calculs, les phases techniques	
Élève qui ne démarre pas.	Questionner l'élève sur ce que signifie 110 km/h.	Le mettre au travail.	
Élève qui a compris ce qu'est 110 km/h mais qui ne démarre toujours pas.	Dire : « Quelles sont les autres grandeurs en jeu ? Quelles sont celles que tu peux calculer ? » Le diriger doucement vers le « tableau ».	Débloquer la situation quand celle-ci est comprise.	
Intervention d'un élève légaliste : « Il sera verbalisé puisqu'il a dépassé la vitesse autorisée. »	Dire : « Le ralentissement n'a donc aucun effet ? » .	Faire comprendre que la vitesse moyenne ne dépend que de d et t.	
Calcul de durées sans unité. Par exemple : 5 ou 110 au lieu de 5km et 110km/h.	Questionner l'élève sur les grandeurs mises en jeu : 5 ? 110 ?	Inciter les élèves à calculer sur les grandeurs et non pas sur les nombres. Mettre du sens.	<u>Annexe Groupe 4</u>
Élève qui persiste avec 7 min 12 s.	Rappeler le sens de 0,72. C'est à dire passer en écriture fractionnaire 72/100 ; Puis 72/100 de 1 minute =72/100x60s ...		
Élève qui obtient 0,454545 h.	Lui rappeler qu'il existe des écritures fractionnaires et que dans ce cas-là, elles sont bien pratiques.	Gain de sens et de précision.	
Calcul de la moyenne simple des vitesses.	Dire par exemple, « Imagine que Michael roule à 110 km/h sur 8,900 km et qu'il abaisse sa vitesse à 60km/h sur les 100 derniers mètres. Penses-tu que la vitesse moyenne sera de 85 km/h ? »		
Élève performant qui trouve rapidement.	Proposer le calcul de la vitesse max à laquelle on peut rouler pour ne pas être verbalisé.	Ne pas laisser d'élèves sans travail. Pousser les meilleurs à l'excellence.	

3. Analyse a posteriori du déroulement effectif

Phase 1

Passage de la vidéo : ce dernier a permis effectivement aux élèves de se faire une idée du fonctionnement du radar tronçon. Mais certains morceaux de la vidéo sont venus perturber des élèves (affichage « 140 KMH », embouteillage, etc.).

Phase 2

Il a permis de faire émerger les grandeurs en jeu (temps, vitesse et distance), de clarifier le fonctionnement du radar tronçon, d'éliminer les éléments gênants (embouteillages, « 140KMH »).

Voici un extrait du débat montrant l'impact de la vidéo sur l'activité des élèves :

Élève1 : « *Il ne va pas se faire verbaliser parce qu'il y a des bouchons !* »
Prof : « *Tu as raison, mais ici, la vidéo est là pour illustrer le fonctionnement du radar tronçon et non l'énoncé de l'activité.* »

Élève2 : « *Il sera verbalisé car il a dépassé la vitesse autorisée.* »
Prof : « *Le ralentissement n'aurait-il donc aucun effet ?* »

Élève 3 : « *Il roule plus longtemps à 110 km/h donc il va se faire verbaliser !* »
Prof : « *Du coup, si la voiture roule à 2 km/h sur les 4 derniers kilomètres, es-tu toujours sûr(e) qu'il se fera verbaliser ?* »

Au regard de la lesson expérimentée, il semble qu'il faille ne pas hésiter à visionner la vidéo une nouvelle fois en faisant des arrêts sur image bien choisis, afin de questionner certaines représentations ou affichages présents dans cet extrait vidéo.

Phase 3

Les élèves par groupe de quatre, ont eu à produire un écrit collectif pour tenter de répondre au problème. Nous présentons dans cette partie des stratégies apparues en classe : elles sont à rapprocher de celles envisagées dans l'analyse a priori par le collectif de la formation. Des erreurs rencontrées chez les élèves nous sont dévoilées ici car elles pourraient surgir dans d'autres classes.

Après avoir mobilisé la formule v=d/t, certains n'arrivent pas à en dégager un temps.

$v = \frac{d}{t}$ $\quad 90 = \frac{9}{?}$ $\quad 110 = \frac{5}{?} + 60 = \frac{4}{?}$

Ou en travaillant directement sur une formule.

$V = \frac{d}{t} \quad t = d \times v$

D'autres réussissent à exprimer le temps en fonction de la vitesse et de la distance mais ne sont pas convaincus par le résultat «5/110 = 0,0454545… ».
Comment voir une durée dans un résultat sans unité de mesure ainsi affiché par la calculatrice ?

Le tableau ci-après résume l'activité de chaque groupe d'élèves dont la production (synthèse de groupe) est disponible sur le site de l'IREM de Rouen :

Groupe 1	Représentation schématique avec fractions ($\frac{5}{9}$ et $\frac{4}{9}$).
Groupe 2	Utilisation de la formule $t = \frac{d}{v}$ pour recherche du temps mis (t_1 et t_2) entre les deux radars, comparaison à 6 min (temps en deçà duquel l'automobiliste est verbalisé), pas de conclusion malgré des calculs corrects.
Groupe 3	Calcul d'une moyenne arithmétique pondérée par les distances.
Groupe 4	Représentation schématique, utilisation de la formule erronée $d \times v = t$, conclusion cohérente avec un raisonnement correct sur le temps correct.
Groupe 5	Représentation schématique, conversions km/h en km/min et utilisation de la formule erronée $d \times v = t$
Groupe 6	Raisonnement juste, mais des arrondis trop peu précis utilisés dans la démarche qui mènent à conclure que la vitesse moyenne de l'automobiliste est de 90km/h.

Nous observons ici une diversité de démarches réalisées, plus ou moins abouties, mais donnant matière à l'enseignant pour mener à bien une phase 4.
Les enseignants ont souhaité ici proposer une sélection d'extraits qui leurs semblent représentatifs.
Certains groupes aboutissent en utilisant des valeurs approchées ou en utilisant le calcul fractionnaire.

$$\frac{1}{22} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1\times 15}{22\times 15} + \frac{1\times 22}{15\times 22}$$

$$\frac{15}{330} + \frac{22}{330}$$

$$\frac{37}{330}$$

pour 4 km à 60 km/h

$$t = \frac{4}{60} = \frac{1}{15} = 4 \text{ min}$$

pour 5 km à 110 km/h

$$t = \frac{5}{110} = \frac{1}{22} \simeq 2,72$$

Extraits de productions de groupes d'élèves

Des calculs de moyenne arithmétique simple ou pondérée :

- $5 \times 110 = 550$
- $4 \times 60 = 240$
- $550 + 240 = 790$
- $790 \div 9 = \underline{87,7}$

$110 + 60 = 170$

$170 \div 2 = 85$

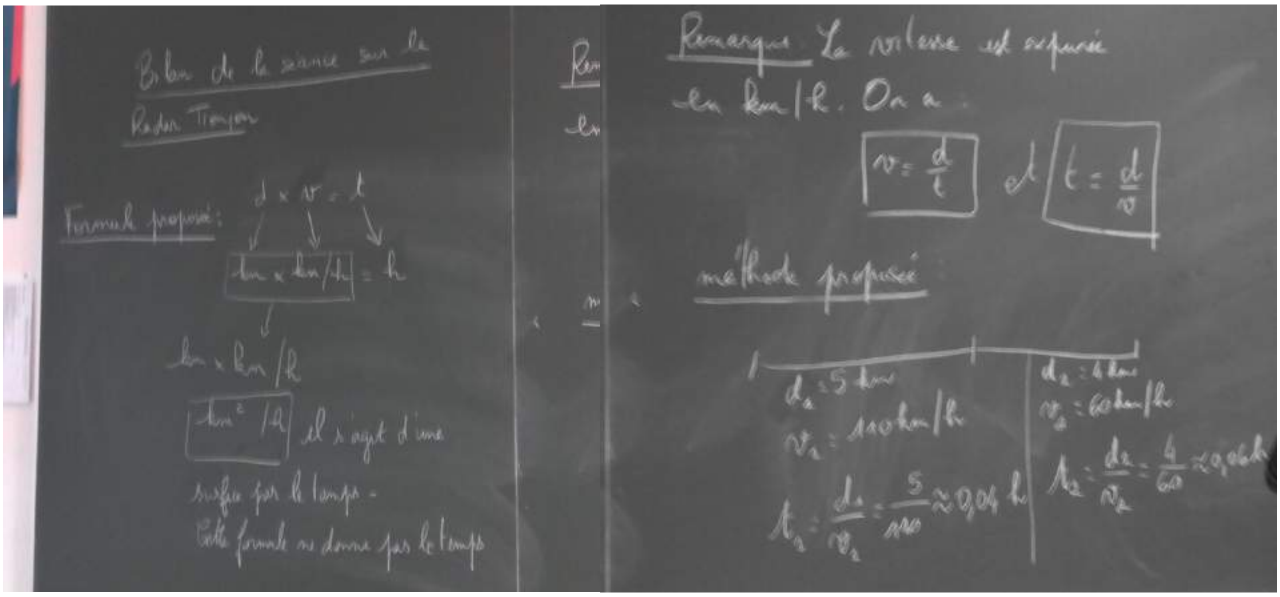
Production de groupes d'élèves

Enfin, d'un point de vue pratique, l’enchaînement entre la phase 3 et la phase 4 a demandé du temps à l'enseignant afin d'analyser ces productions. Ce ne fut pas chose simple pendant le temps de formation car seulement un quart d'heure a séparé ces deux phases. Dans l'idéal, une articulation sur deux séances non consécutives permettrait à l'enseignant de prendre le temps de bâtir une phase 4 "confortablement", même s'il ne retient que certaines synthèses ou extraits de celles-ci.

Phase 4

Le collectif enseignant a sélectionné quelques productions avant la phase 4.
A été mise en avant une première relation entre v, d et t $(d \times v = t)$ erronée repérée par l'enseignante dans une production de groupe. Dévoilée à tous les élèves en étant réécrite au tableau, avec les unités replacées par l'enseignante dans les calculs, elle a permis de montrer une égalité non homogène du point de vue des unités. Ceci a invalidé la relation trouvée par certains élèves. Une solution a ensuite été exposée relativement à un travail d'un groupe d'élèves : le lien entre vitesse, distance et temps a été exploré pendant cette dernière phase. Si spontanément, ou en ayant recours à leur cahier de cours de Sciences Physiques, certains élèves avaient mobilisé la relation $v = \frac{d}{t}$, l'égalité $t = \frac{d}{v}$ a posé problème aux élèves.
En prenant appui sur des propriétés algébriques, l'enseignante a dialogué avec la classe afin d'établir toutes les relations équivalentes reliant vitesse, distance et temps en partant de $v = \frac{d}{t}$.
Elle a justifié mathématiquement le passage de $v = \frac{d}{t}$ à $d = v \times t$ et $t = \frac{d}{v}$, égalités utiles dans notre situation.

Voici ci-après la photo de la partie principale du tableau (la partie de droite non photographiée étant considérée par l'enseignante comme un lieu de brouillon).



Ce choix est celui d'une enseignante, dans une classe donnée avec des productions d'élèves données dans un contexte de formation. Le lecteur pourra faire un tout autre choix selon son contexte de séance, son déroulement, ses élèves...

4. Le mot de l'équipe de formation-recherche

Prolongements envisageables autour de la lesson-study

La situation du radar tronçon est riche et peut être prolongée ensuite.
Diverses pistes peuvent être explorées par le lecteur.
Voici un exemple de travail proposé en 4ème en prolongement :

Toutes les démarches effectuées pour (essayer de) répondre à chaque consigne doivent apparaître sur la copie.

Consigne n°1 :

Cet automobiliste aurait-il pu rouler à 110 km/h sur une plus grande distance sans pour autant être verbalisé et tout en conservant une vitesse moyenne de 60 km/h sur la fin du tronçon ?

Si oui, sur quelles distances ?

Consigne n°2 :

1. Cet automobiliste aurait-il pu rouler plus vite sur la première partie du tronçon sans pour autant être verbalisé ?
2. A quelle vitesse maximale peut-il rouler sur les 5 premiers kilomètres tout en roulant à 60 km/h sur la dernière partie du tronçon pour ne pas être verbalisé ?

Nous proposons ici une liste non exhaustive d'autres prolongements :

- Faire construire et/ou exploiter par les élèves un fichier tableur au service de la situation.
- Faire construire, entièrement/partiellement, avec le logiciel Scratch, un programme renvoyant le résultat de la verbalisation ou non de l'automobiliste pour des vitesses et des distances de tronçons données.
- En phase de réinvestissement, demander à l'élève d'inventer une nouvelle situation avec des choix de distances de tronçon et des vitesses relatives à ces derniers. Puis faire résoudre cette nouvelle situation en demandant si l'automobiliste sera verbalisé.

5. Conclusion

Pour conclure, si partir d'une situation issue du quotidien dans la classe (en formation) a, dans un premier temps, déstabilisé les élèves qui, d'après certains témoignages, se sont sentis en cours de Sciences Physiques, elle a permis un travail mobilisant une mathématisation de la réalité, connectant ainsi les sciences entre elles. En formation, l'implication de tous les élèves de cette classe de niveau ordinaire a montré un engouement pour ce type de tâche. Cela semble permettre de donner du sens à l'apprentissage des mathématiques chez certains d'entre eux se sentant concernés comme citoyens et futurs automobilistes. De plus, cette situation montre aux élèves comme aux enseignants que l'on peut retrouver dans les activités du quotidien des mathématiques étudiées en classe et que celles-ci se révèlent être une source de plaisir sinon d'intérêt.
Enfin, le potentiel de la situation "Radar tronçon", décrit initialement dans le document Eduscol "Mathématiques et quotidien", semble avoir été décuplé grâce à la réflexion et l'action d'un collectif pluriel d'enseignants stagiaires motivés, de formateurs et de chercheurs.

Enfin, nous espérons que ce cahier de Lesson vous permettra de vous engager dans ce type de situation avec vos classes, et d'y trouver un réel plaisir à relier mathématiques et quotidien.

Remerciements

L'équipe de formation-recherche tient à remercier non seulement les acteurs de terrain investis dans cette lesson study (élèves et enseignants impliqués dans la formation), mais aussi les acteurs de l'ombre sans qui ce type de formation n'aurait pas vu le jour, à savoir, particulièrement Nicolas Gendreau de l'Inspection Régionale de Mathématiques de l'Académie de Rouen, ainsi que l'équipe de direction administrative de la cité scolaire Camille St Saens de Rouen représentée par Maxime Jeandel. Nous tenons à remercier les membres du LDAR impliqués de près ou de loin dans cette formation d'un nouveau genre, et tout particulièrement Michèle Artigue pour son éclairage et son expertise scientifique mis au profit de cette formation autour du Radar tronçon.

Bibliographie

M. Bilas &D. Duponchel, Mathématiques, classe de troisième, Méthodes en pratique, (2011), Scréren Orléans-Tours.

J. Dewey (1938). Democracy and Education (traduction française (2011) Démocratie et Education, suivi de Expérience et Education. Paris : Armand Colin).

Mathématiques et quotidien, Document Ressources Transversales (2016), MEN, en ligne sur le site ÉduSCOL[9]

M. Van den Heuvel Panhuizen & P. Drijvers (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 521-525). New-York : Springer.

L. Verschaffel, B. Greer, & E. de Corte (2000). Making Sense of Word Problems. Swets & Zietlinger Publishers.

Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : IREM de Poitiers[10], Groupe Collège.

Enseigner les mathématiques au cycle 4 à partir des grandeurs : Les Longueurs, (2016), IREM de Poitiers, Groupe Collège.

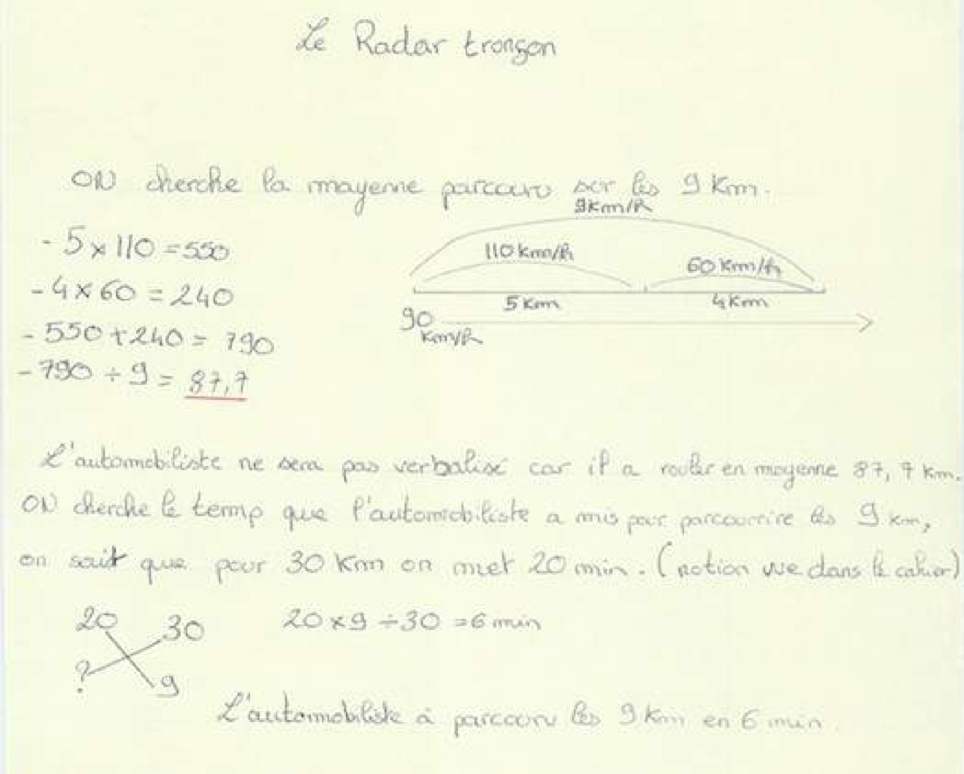
Grandeurs. N° Spécial. Repères-IREM n°68, 2007. (Article en ligne sur le Portail des IREM)

9 http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/8/RA16_C3_C4_MATH_math_et_quotidien_600998.pdf

10 http://irem.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=61&filter_tag[0]=&Itemid=176

Annexes

Annexe Groupe 3



Le Radar tronçon

ON cherche la moyenne parcours sur les 9 Km.

- 5 × 110 = 550
- 4 × 60 = 240
- 550 + 240 = 790
- 790 ÷ 9 = 87,7

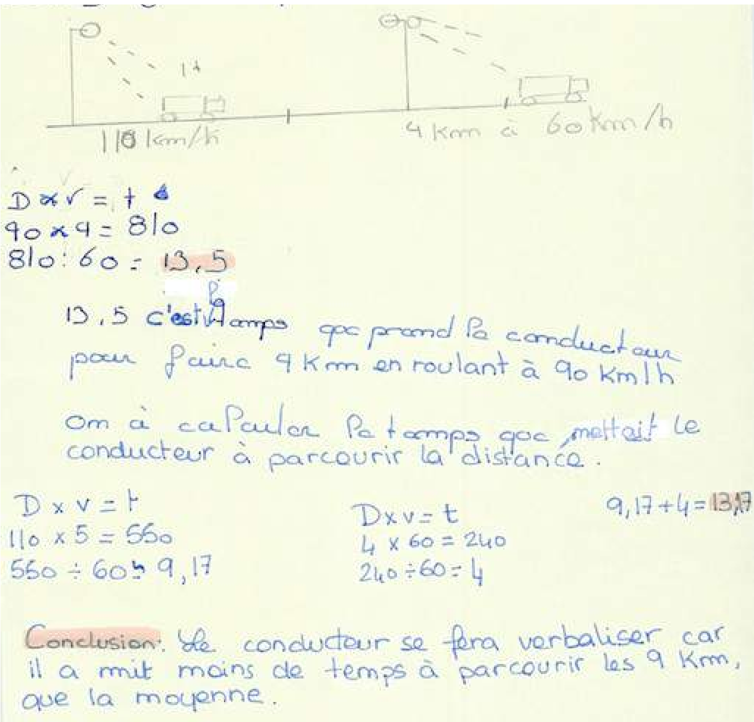
L'automobiliste ne sera pas verbalisé car il a rouler en moyenne 87, 7 Km.
ON cherche le temp que l'automobiliste a mis pour parcourrire les 9 km,
on sait que pour 30 Km on met 20 min. (notion vue dans le cahier)

20 30 ? 9

20 × 9 ÷ 30 = 6 min

L'automobiliste à parcouru les 9 Km en 6 min.

Annexe Groupe 4



D × v = t
90 × 9 = 810
810 : 60 = 13,5

13,5 c'est temps que prend le conducteur pour faire 9 Km en roulant à 90 Km/h

on à calculer le temps que mettait le conducteur à parcourir la distance.

D × v = t
110 × 5 = 550
550 ÷ 60 = 9,17

D × v = t
4 × 60 = 240
240 ÷ 60 = 4

9,17 + 4 = 13,17

Conclusion : Le conducteur se fera verbaliser car il a mit moins de temps à parcourir les 9 Km, que la moyenne.

Annexe de pistes pour l'institutionnalisation

On peut dépasser la vitesse autorisée sur une partie du tronçon, puis ralentir sur une 2e partie sans être verbalisé : tout dépend de la vitesse sur chaque tronçon de $5\,km$ et $4\,km$.

Dans le cas de notre situation :

distance (en km)	vitesse (en km/h)	temps (en h)
9	90	0,1
5	110	0,045454545
4	60	0,066666667

distance (en km)	temps (en h)	vitesse (en km/h)
9	0,112121212	80,27027027

Dans un autre cas :

distance (en km)	vitesse (en km/h)	temps (en h)
9	90	0,1
5	160	0,03125
4	60	0,066666667

distance (en km)	temps (en h)	vitesse (en km/h)
9	0,097916667	91,91489362

Attention pour la sécurité de tous, il est recommandé de respecter les limitations de vitesse autorisées.

La vitesse moyenne de l'automobiliste n'est pas la moyenne des vitesses.

Calcul de t (t=d/v)				
distance (en km)	vitesse (en km/h)	temps (en h)	Conversion en .... min	seconde
9	90	0,1	6	0
5	110	0,045454545	2	43,63636364
4	60	0,066666667	4	0

Calcul de v (v=d/t)		
distance (en km)	temps (en h)	vitesse (en km/h)
9	0,112121212	80,27027027

Si on calcule (110km/h+60km/h) $\div 2 = 170$ km/h $\div 2$, on trouve (110km/h+60km/h) $\div 2$ = 85 km/h (moyenne des vitesses)
Alors que la vitesse moyenne ici est en réalité d'environ 80,27km/h.

Ceci n'est pas lié au fait que les deux distances du tronçon ne sont pas égales :

Calcul de t (t=d/v)				
distance (en km)	vitesse (en km/h)	temps (en h)	Conversion en .... min	seconde
9	90	0,1	6	0
4,5	110	0,040909091	2	27,27272727
4,5	60	0,075	4	30

Calcul de v (v=d/t)		
distance (en km)	temps (en h)	vitesse (en km/h)
9	0,115909091	77,64705882

Lien entre la vitesse v , le temps t et la distance d parcourue :

Il s'exprime de trois façons équivalentes : $v=\frac{d}{t}$, $d=v\times t$ et $t=\frac{d}{v}$.

Exemple de calcul d'un temps :

- Si l'automobiliste roule à 110 km/h sur 5 km,

le temps t mis à parcourir cette distance est : $t=\frac{d}{v}$

$$t=\frac{5\,km}{\frac{110\,km}{h}}$$

$$t\approx 0{,}045\,h\ .$$

- Autre procédure possible qui s'appuie sur la proportionnalité :

Rouler à 110 km/h signifie qu'en 1h la voiture parcourt 110 km.
Ici la voiture fait 5km, soit 22 fois moins que 110 km donc elle mettra 22 fois moins de temps, soit $\frac{1}{22}$ d'heure. Donc, $t=\frac{1}{22}h\approx 0{,}045\,h$.

Cela peut se traduire par le tableau de proportionnalité suivant :

$\div 22$

Distance	110km	5km
Temps	1h	

A vitesse constante, le temps est proportionnel à la distance parcourue.
A vitesse non constante, le temps n'est pas proportionnel à la distance parcourue.

Exemple de calcul d'une vitesse :

- Si l'automobiliste roule pendant 6 min et fait 9 km, alors
  on peut utiliser la formule $v=\frac{d}{t}$ et on a $v=\frac{9\,km}{\frac{1}{10}h}=\frac{9\,km}{\frac{1\,h}{10}}=9\,km\times\frac{10}{1\,h}=90\frac{km}{h}$.

Remarque : $90\frac{km}{h}$; 90 km/h et 90 km.h^{-1} expriment la même vitesse.

- Il est plus rapide cependant d'utiliser la proportionnalité ici après avoir repéré que $6\,min=\frac{1}{10}\times 60\,min=\frac{1}{10}h$, donc en 10 fois plus de temps, la distance parcourue sera 10 fois plus grande, soit 90 km effectués en 1h d'où $v=90\,km/h$.

Exemple de calcul d'une distance :
Si une voiture roule pendant 1,2h à 65 km/h,

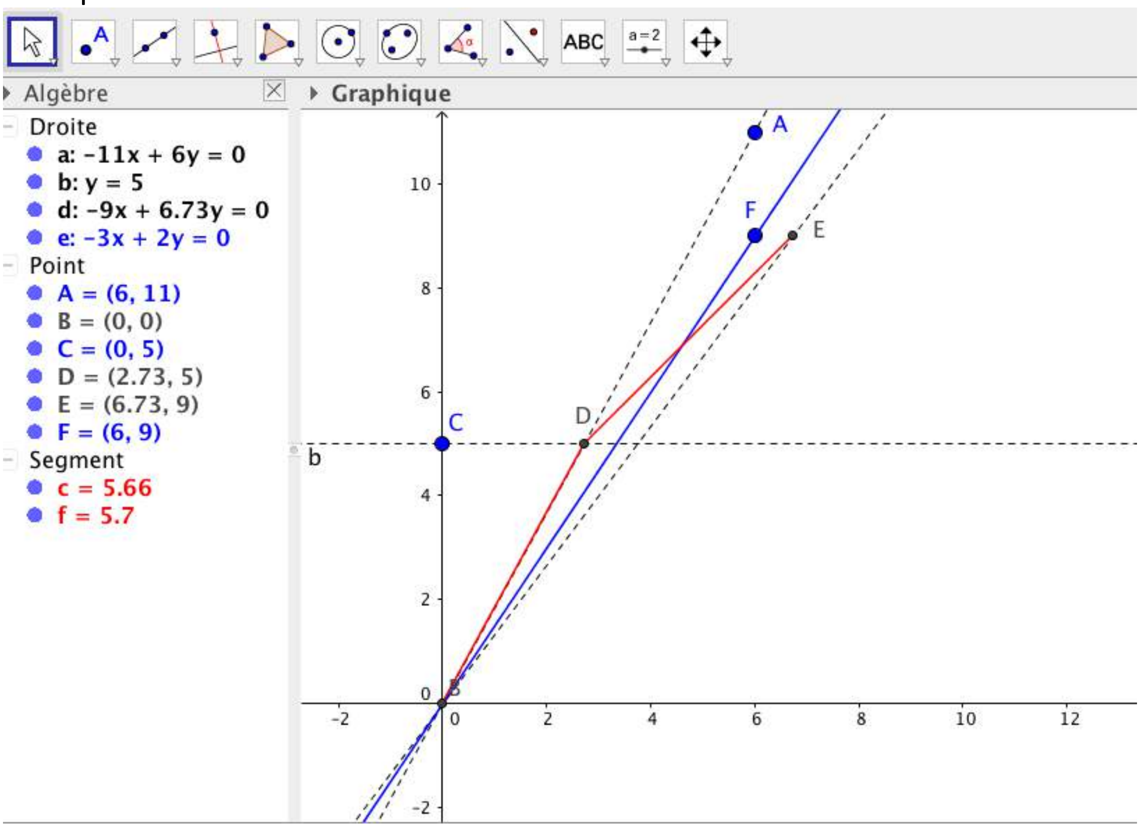
- avec la relation $d = v \times t$, on a : $d = \frac{65\,km}{h} \times 1{,}2\,h = 78\,km$
- sans utiliser cette relation on peut s'en sortir avec une procédure qui s'appuie sur la proportionnalité. En effet, rouler à 65km/h c'est parcourir 65km en 1h.
  Donc, 10 fois moins de km sont parcourus en 10 fois moins de temps, soit 6,5 km parcourus en 0,1h , etc.

$65\,km$	$6{,}5\,km$	$13\,km$	$78\,km$
$1\,h$	$0{,}1\,h$	$0{,}2\,km$	$1{,}2\,h$

$1{,}2\,h = 1\,h + 0{,}2\,h$, donc en tout une distance de $65\,km + 13\,km = 78\,km$.

Annexe d'exploration de Geogebra

Exemple de fichiers réalisés :

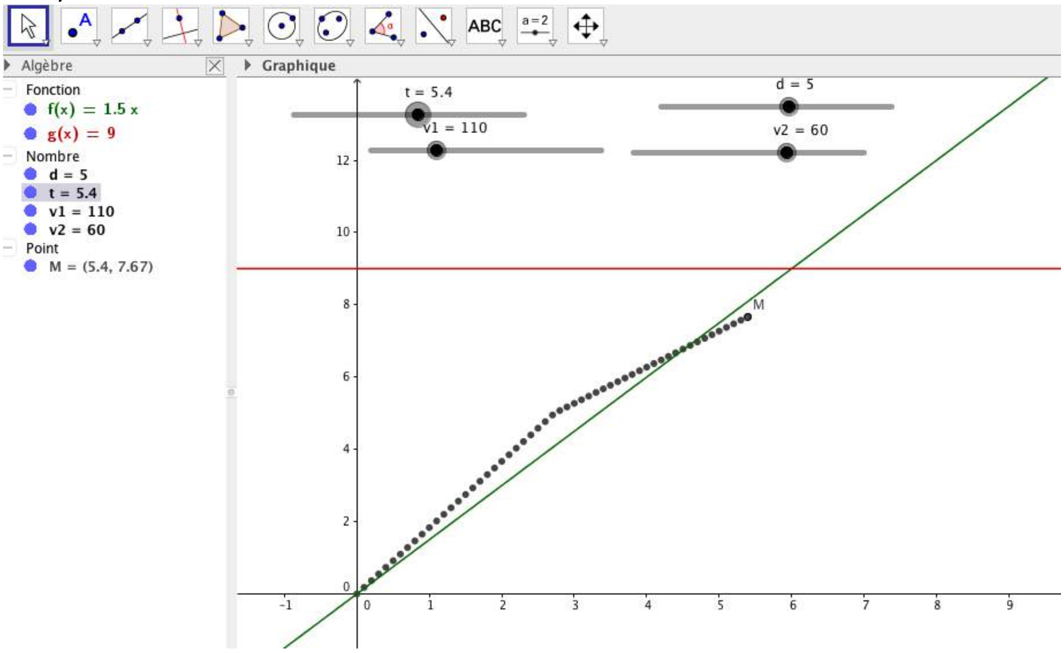


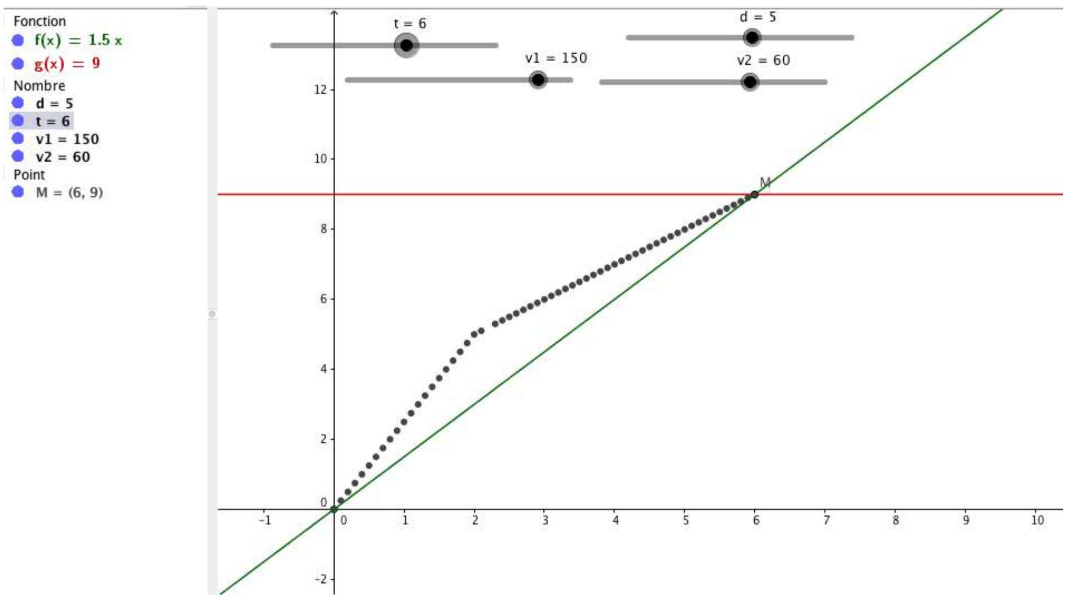
Voici un fichier Geogebra pour une résolution graphique du problème qui peut se faire encore plus facilement sur papier quadrillé. Elle utilise la proportionnalité sans calcul fractionnaire, mais nécessite d'avoir bien fait le lien entre vitesse, proportionnalité et fonction linéaire. Le raisonnement associé à l'utilisation de la représentation graphique (temps en heures, distance parcourue en km) est le suivant:

- Si la vitesse initiale vaut $110\,km/h$, la représentation graphique est une droite passant par l'origine et le point $(60, 110)$ ou plus astucieusement $(6{,}11)$ pour rester dans des ordres de grandeur de coordonnées adaptées au problème. Le point correspondant à $5\,km$ est le point de la droite d'ordonnée 5.

- Si ensuite, la vitesse est $60\,km/h$, on fait $1\,km$ par minute, donc il suffit d'ajouter 4 aux deux coordonnées pour avoir le point d'arrivée, et le temps nécessaire pour faire $9\,km$ est l'abscisse de ce point.
- Ensuite, le plus simple est de comparer ce temps à celui correspondant à une vitesse de $90\,km/h$ ($6\,min$). L'écart est suffisamment clair pour conclure. On peut aussi visualiser la droite qui correspond à la vitesse moyenne et la comparer à la droite qui correspond à une vitesse de $90\,km/h$.

Deux animations Geogebra sont réalisées en mettant des curseurs pour la distance et les deux vitesses. On peut constater qu'il fallait rouler à $150\,km/h$ sur $5\,km$ pour faire $90\,km/h$ de moyenne (cela montre à quel point on a dans la tête un modèle de moyenne des vitesses).





Autre fichier Geogebra, disponible sur le site de l'IREM de Rouen.

Du coup, cela amène à se poser des questions sur la pertinence de ce type de radar.

Annexe sur exemple d'usage du tableur

Dans un premier temps, un fichier tableur permet à l'enseignant d’effectuer un recueil des différentes situations proposées par les élèves.
Ce fichier peut amener ensuite à une recherche d'algorithme pour automatiser le fait de savoir si le conducteur est verbalisé ou non. Ceci est aussi envisageable avec le logiciel Scratch.
Des réponses spontanées d'élèves sur la verbalisation du conducteur peuvent être alors questionnées quant à la pertinence d'enclencher des calculs ou pas. C'est le cas de l'automobiliste de la situation proposée par l'élève E14 ici.

Prénom	1er tronçon (d1)	vitesse 1	2e tronçon (d2)	vitesse 2	total distance	vitesse autorisée	verbalisé ?
E1	10 km	130km/h	7 km	70km/h	17km	110 km/h	Non
E2	10 km	150 km/h	9km	80km/h	19km	90km/h	Oui sans calcul?
E3	6km	130km/h	4km	105km/h	10km	120km/h	?
E4	9km	120km/h	8km	80km/h	17km	110km/h	?
E5	4km	80km/h	6km	100km/h	10km	80km/h	non
E6	7km	30km/h	8km	130km/h	15km	90km/h	
E7	8km	70km/h	4km	130km/h	12km	90km/h	
E8	3km	110km/h	3km	80km/h	6km	100km/h	non
E9	15km	130km/h	15km	50km/h	30km	90km/h	non
E10	8km	120km/h	3km	80km/h	11km	110km/h	non
E11	8km	120km/h	4km	70km/h	12km	100km/h	non
E12	6km	120km/h	4km	50km/h	10km	100km/h	non
E13	15km	140km/h	15km	50km/h		90km/h	non
E14	8km	90km/h	4km	130km/h	12km	90km/h	oui