

## ACTIVITES COMPLEMENTAIRES

### **Exercice 1 : Pythagore.**

Ecrire un algorithme puis un programme en Python qui à partir de la donnée (dans la même unité) des deux longueurs des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, calcule et affiche la valeur de la longueur (dans cette unité) de l'hypoténuse de ce triangle.

Aides : en Python,  $4^3$  s'écrit `4**3` ; la fonction racine carrée s'écrit `sqrt` (square root) : ainsi  $\sqrt{12}$  s'écrit `sqrt(12)`.

### **Exercice 2 : Lancer d'un dé.**

En Python, la fonction qui consiste à produire un nombre entier au hasard à la façon d'un dé équilibré à six faces se nomme *randint* : elle se trouve dans la bibliothèque *random*. Ainsi pour obtenir le résultat d'un lancer d'un dé à six faces, on écrira en Python l'instruction `randint(1,6)` après avoir importé cette fonction de sa bibliothèque. On dit qu'on réalise une simulation du lancer d'un dé à six faces.

Ecrire un programme en Python qui réalise la simulation de 100 lancers d'un même dé à six faces et qui calcule puis affiche la fréquence d'apparition du numéro 3.

### **Exercice 3 : Lancer d'une pièce.**

Ecrire un programme en Python qui réalise la simulation de 1000 lancers d'une même pièce équilibrée et qui calcule puis affiche la fréquence d'apparition du PILE.

### **Exercice 4 : La devinette.**

On se propose de programmer un petit jeu.

Ecrire un programme en Python qui :

- demande à l'ordinateur de choisir au hasard un nombre entier entre 1 et 1000 qui restera secret.
- propose à l'utilisateur de deviner ce nombre en un nombre maximum de 10 coups.
- à chaque coup, le programme indique si le nombre proposé par l'utilisateur est trop grand ou trop petit, dans le cas où ce n'est pas le nombre secret.
- si l'utilisateur trouve le nombre secret en 10 coups ou moins, le programme affichera « GAGNE ! » ainsi que le nombre de coups.
- sinon, le programme affichera « PERDU !!! » et affichera un message révélant le nombre secret.

### **Exercice 5 : Sommes d'entiers.**

- a) Ecrire un programme en Python qui calcule et affiche la somme  $1+2+3+\dots+n$  où  $n$  est un entier naturel choisi par l'utilisateur.
- b) Ecrire un programme en Python qui calcule et affiche la somme  $1+8+27+\dots+n^3$  où  $n$  est un entier naturel choisi par l'utilisateur.
- c) Comparer la seconde somme au carré de la première.

### **Exercice 6 : Somme harmonique**

- a) Ecrire un programme en Python qui calcule et affiche la somme  $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}$  où  $n$  est un entier naturel non nul choisi par l'utilisateur.
- b) Modifier le programme précédent pour qu'il affiche le plus petit entier  $n$  pour lequel la somme  $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}$  dépasse un nombre réel  $A$  choisi par l'utilisateur (On supposera qu'un tel entier existe).

### **Exercice 7 : Somme particulière.**

Ecrire un programme en Python qui calcule la somme  $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\dots+\frac{(-1)^n}{2n+1}$  puis affiche le résultat de 4 fois cette somme. Que peut-on observer lorsque le nombre entier  $n$  est assez grand ?

### Exercice 8 : L'échiquier du Sissa.

L'érudit musulman Abu-l'Abbas Ahmad Ibn Khallikan (1211-1282) semble être, en 1256, le premier à débattre de l'histoire du grand vizir Sissa ben Dahir, auquel, selon la légende, le roi indien Shirham aurait demandé quelle récompense il souhaitait pour avoir inventé le jeu d'échecs.

Sissa aurait répondu ainsi : « *Majesté, je serais heureux si vous m'offriez un grain de blé que je placerais sur la première case de l'échiquier, deux grains pour la deuxième case, quatre grains pour la troisième, huit grains pour la quatrième, et ainsi de suite pour les soixante-quatre cases* »... La légende raconte que le roi se moqua de Sissa.

- Combien y a-t-il de grains de riz sur la cinquième case de l'échiquier ? Et sur l'ensemble des cinq premières cases de l'échiquier.
- Ecrire un programme en Python qui calcule et affiche le nombre de grains de riz qu'il y a sur l'ensemble des  $n$  premières cases de l'échiquier.
- Combien l'échiquier devrait-il contenir au total de grains de riz ?

### Exercice 9 : Le Duc de Toscane.

Galilée (1554-1642) est surtout connu pour ses travaux en astronomie, faisant suite à son invention de la lunette astronomique. Cependant, il rédigea vers 1620 un petit mémoire sur les jeux de dés pour répondre à une demande du Duc de Toscane (Galilée est alors Premier Mathématicien de l'Université de Pise et Premier Philosophe du Grand Duc à Florence). Galilée est ainsi l'un des premiers avec Cardan à avoir écrit sur le « calcul des hasards », mais leurs écrits n'ont été publiés qu'après la célèbre correspondance entre Pascal et Fermat qui marque « officiellement » le début de la théorie des probabilités. Le mémoire de Galilée qui nous intéresse n'a été édité qu'en 1718.

A la cour de Florence, de nombreux jeux de société étaient pratiqués. Parmi ceux-ci, l'un faisait intervenir la somme des numéros sortis lors du lancer de trois dés. Le Duc de Toscane, qui avait sans doute observé un grand nombre de parties de ce jeu, avait constaté que la somme 10 était obtenue légèrement plus souvent que la somme 9. Le paradoxe, que le Duc avait exposé à Galilée, réside dans le fait qu'il y a autant de façons d'écrire 10 que 9 comme sommes de trois entiers compris entre 1 et 6 :

$$10 = 6 + 3 + 1 = 6 + 2 + 2 = 5 + 4 + 1 = 5 + 3 + 2 = 4 + 4 + 2 = 4 + 3 + 3 \text{ (6 possibilités)}$$

$$9 = 6 + 2 + 1 = 5 + 3 + 1 = 5 + 2 + 2 = 4 + 4 + 1 = 4 + 3 + 2 = 3 + 3 + 3 \text{ (6 possibilités)}$$

On souhaite vérifier ici l'observation faite par le Duc de Toscane :

- Ecrire un programme en Python qui simule le lancer de trois dés équilibrés à six faces et en calcule la somme.
- Modifier ce programme pour qu'il affiche la proportion de sommes égales à 9 obtenues lorsqu'on lance  $n$  fois trois dés équilibrés à six faces et qu'on en effectue la somme.
- Modifier ce programme pour qu'il compare la proportion de sommes égales à 9 obtenues et celles des sommes égales à 10 lorsqu'on lance  $n$  fois trois dés équilibrés à six faces et qu'on en effectue la somme.
- Qu'observe-t-on lorsque  $n$  est assez grand ? Conclure quant à l'observation faite par le Duc de Toscane.

### Exercice 10 :

Un nombre entier  $d$  est un diviseur de l'entier  $n$  si le reste de la division euclidienne de  $n$  par  $d$  est 0.

Par exemple 3 est un diviseur de 12 ( $12 = 4 \times 3 + 0$ ).

Ecrire un programme en Python qui teste si un nombre entier  $d$  est un diviseur d'un nombre entier  $n$ . Dans ce langage, le reste de la division euclidienne de  $n$  par  $d$  s'écrit  $n \% d$ .

### Exercice 11 :

Un nombre est dit **parfait** s'il est égal à la somme de ses diviseurs propres c'est-à-dire ses diviseurs autres que lui-même. C'est le cas, par exemple de 6 ( $1 + 2 + 3 = 6$ ) ou de 28 ( $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$ ).

- Ecrire un programme en Python testant si un nombre entier est parfait.
- Ecrire un programme qui affiche la liste des nombres parfaits compris entre deux entiers saisis au clavier.

**Exercice 12 :**

Deux nombres entiers  $n$  et  $m$  sont dits **amicaux** ssi la somme des diviseurs propres de chacun des deux entiers est égale à l'autre entier.

220 et 284 sont amicaux ( $1 + 2 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$  et  $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$ ).

- a) Ecrire un programme en Python testant si deux nombres entiers sont amicaux.
- b) Ecrire un programme qui affiche la liste des nombres amicaux compris entre deux entiers saisis au clavier.

**Exercice 13 :**

Un nombre est dit **premier** s'il admet exactement deux diviseurs : lui-même et l'unité.

- a) Ecrire un programme en Python testant si un nombre entier est premier.
- b) Ecrire un programme qui affiche la liste des nombres premiers compris entre deux entiers saisis au clavier.